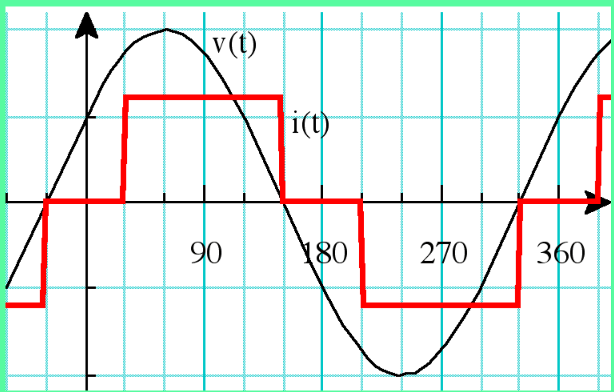
Exercice 1

On considère un récepteur qui, soumis à la tension sinusoïdale $v(t) = 231\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$,
absorbe le courant i(t) dont la forme d'onde est précisée ci-dessous et
dont la valeur crête est : $\hat{I} = 90,7 \quad A$

1° - Exprimer et calculer l'amplitude du fondamental $\hat{I}_1$ de i(t).
En déduire la puissance active absorbée par le récepteur;
2° - Donner la valeur efficace I de i(t) et la puissance apparente consommée par le récepteur;
déterminer alors le facteur de puissance et la puissance déformante.
3° - Pour une même puissance apparente, calculer la puissance active obtenue si i(t) avait été sinusoïdal.



Exercice 1

1° i(t) est une fonction impaire, donc sa décomposition ne comporte que des sinus. De plus son graphe est symétrique par rapport au point T/2 de l'axe des temps, on peut donc remplacer la somme de 0 à T par le double de la somme de 0 à T/2. D'où le calcul :

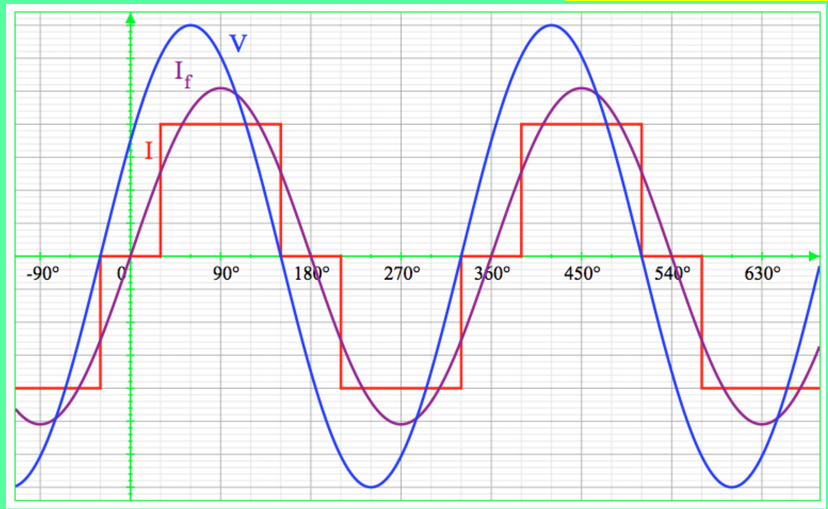
$$\hat{I}_1 = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} i(t)\sin\omega t\,dt = \frac{2\hat{I}}{\pi}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}}\sin\theta\,d\theta = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}\hat{I}$$

AN : $\hat{I}_1 = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}\times 90{,}7 = 100\,A$

Seul i(t) est perturbé donc dans ce cas, la puissance active est « portée » par le fondamental, soit :

$\boxed{P = VI_1\cos\varphi_1}$ avec $\varphi_1 = \pi/6$ donné par le graphe AN : $P = 231\times\frac{100}{\sqrt{2}}\cos\frac{\pi}{6} = 14145{,}8\ W$

Le fondamental de i(t) passe par l'origine

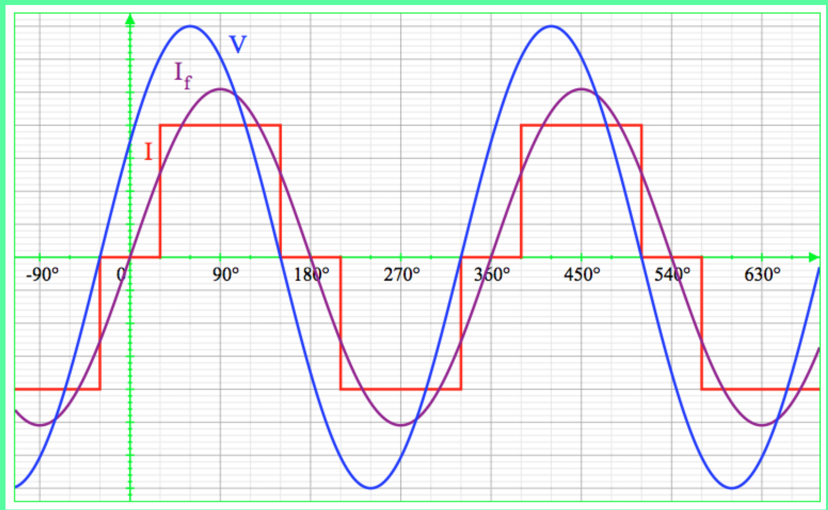


Exercice 1

2° Sur une période, i(t) est constant et égal à Î pendant les 2/3 du temps. Le calcul de sa valeur efficace est donc immédiat :

$$\boxed{I = \hat{I}\sqrt{\frac{2}{3}}}$$ avec les expressions : $$\boxed{S = V\,I} \quad \boxed{f_P = \frac{P}{S}} \quad \boxed{D = \sqrt{S^2 - \left(P^2 + Q^2\right)} = V\sqrt{I^2 - I_1^2}}$$

AN : $I = 74{,}06\ A\ ;\ S = 17107\ VA\ ;\ f_P = 0{,}827\ ;\ D = 5080\ VAd$

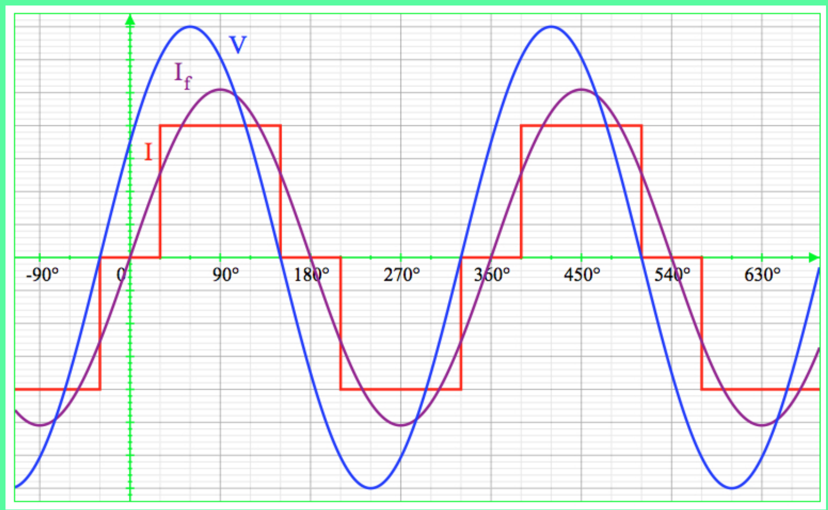


Exercice 1

3° Si i(t) est sinusoïdal, alors il est égal à son fondamental et la puissance active devient :

$\boxed{P = V\,I\cos\varphi_1}$ Soit : $P = 231\times 74{,}06\times\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 14\,815\ W$

On peut remarquer qu'à puissance apparente fournie identique, la déformation du courant provoque la perte de 668 W de puissance active.



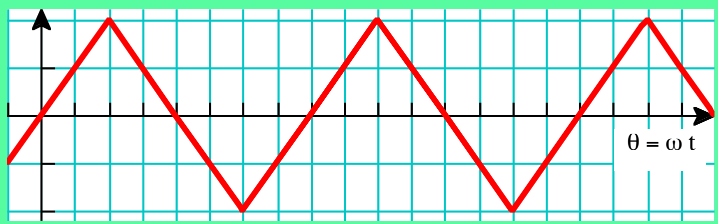
Exercice 2

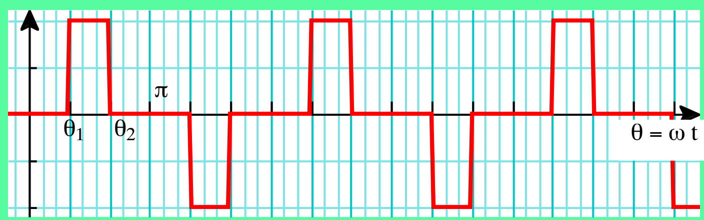
Soit une tension de forme d'onde triangulaire symétrique d'amplitude 100 V.
Donner sa valeur efficace exacte puis sa valeur approchée en utilisant uniquement son fondamental.

Même question pour une tension en impulsions symétriques d'amplitude 100 V

et de largeur $\theta_2 - \theta_1 = \dfrac{\pi}{6}$

Conclusion quant à la précision du calcul approché selon la forme d'onde du signal.





Exercice 2

Pour une forme d'onde triangulaire symétrique, la valeur efficace exacte a pour expression :

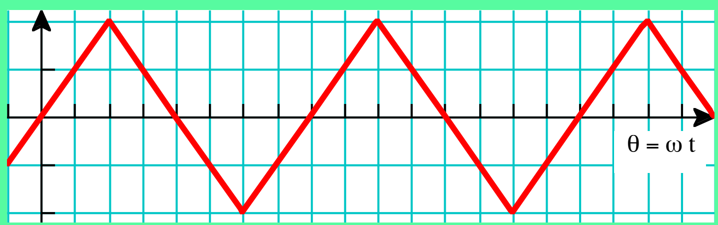
$$V = \frac{\hat{V}}{\sqrt{3}}$$

Soit : V = 57,735 V

Son fondamental s'écrit : $V_1 = \frac{4\sqrt{2}\,\hat{V}}{\pi^2}$

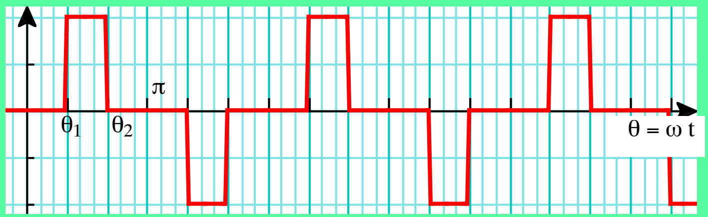
Soit : V_1 = 57,316 V

On constate le peu d'écart entre V et V_1.



Exercice 2

Pour une forme d'onde à impulsions symétriques, la valeur efficace exacte a pour expression :



$$V = \hat{V}\sqrt{\frac{\theta_2 - \theta_1}{\pi}}$$

Soit : V = 40,825 V

Son fondamental s'écrit : $V_1 = \dfrac{2\sqrt{2}\,\hat{V}}{\pi}\sin\dfrac{\pi}{12}$

Soit : V_1 = 23,3 V

On constate cette fois un gros écart entre V et V_1. Cette forme d'onde présente des variations rapides qui demandent des fréquences élevées pour sa description.

D'ailleurs, après calculs, on trouve : $V \approx \sqrt{V_1^2 + V_3^2 + V_5^2 + V_7^2 + V_9^2} = 38{,}7\ V$

$$V_3 = \frac{2\sqrt{2}\,\hat{V}}{3\pi}\sin 3\frac{\pi}{12} = 21{,}22\ V\ ;\ V_5 = \frac{2\sqrt{2}\,\hat{V}}{5\pi}\sin 5\frac{\pi}{12} = 17{,}39\ V\ ;$$

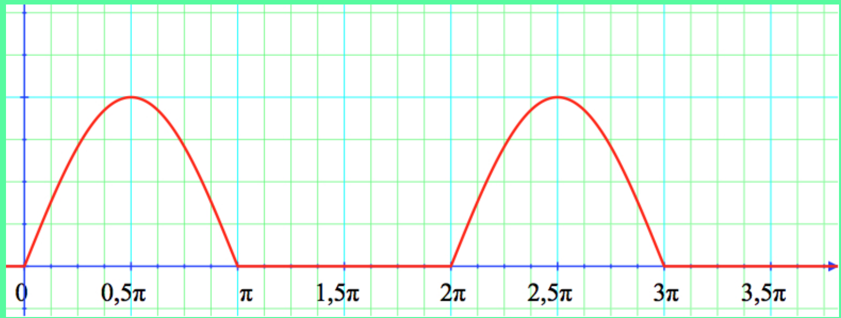
$$V_7 = \frac{2\sqrt{2}\,\hat{V}}{7\pi}\sin 7\frac{\pi}{12} = 12{,}42\ V\ ;\ V_9 = \frac{2\sqrt{2}\,\hat{V}}{9\pi}\sin 9\frac{\pi}{12} = 7{,}07\ V$$

La précision de la formule $S = \sqrt{\overline{S}^2 + \sum_{k=1}^{\infty} S_k^2}$ peut demander un nombre d'harmoniques très variables.

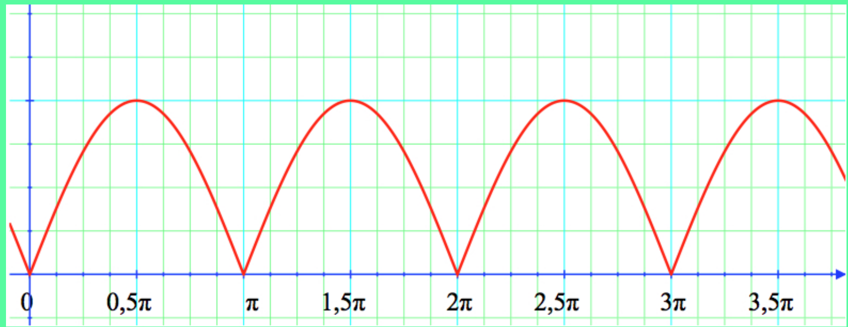
Exercice 3

Soit une tension sinusoïdale de 230 V que l'on redresse en monoalternance.
Donner sa valeur moyenne, sa valeur efficace et son facteur de forme. Calculer son taux d'ondulation en utilisant successivement le premier harmonique puis les 2 premiers et enfin les 3 premiers.
Même questions pour un redressement double alternance.

Mono-alternance

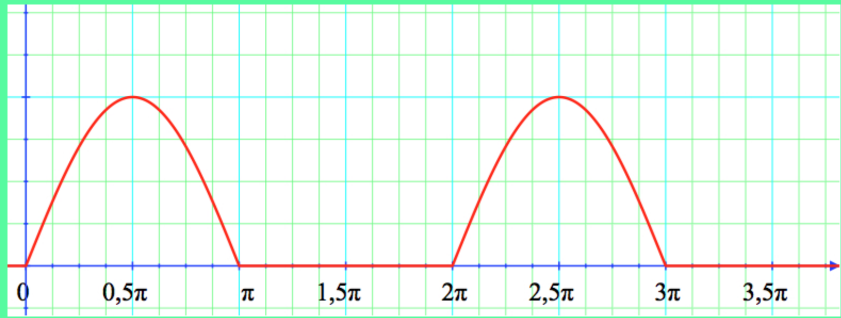


Double alternance



Exercice 3

Mono-alternance



$$s(t) = \frac{\hat{S}}{\pi} + \frac{\hat{S}}{2}\cos\omega t - \frac{2\hat{S}}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k-1)(2k+1)}\cos 2k\omega t$$

$$B = \frac{S_a}{\overline{S}} = \frac{\sqrt{\sum_1^{\infty} S_k^{\ 2}}}{\overline{S}}$$

$$\overline{V} = \frac{\hat{V}}{\pi} = \frac{230\sqrt{2}}{\pi} = 103,5\ V\ ;\ V = \frac{\hat{V}}{2} = \frac{230}{\sqrt{2}} = 162,6\ V\ ;\ F = \frac{V}{\overline{V}} = \frac{\pi}{2} = 1,57$$

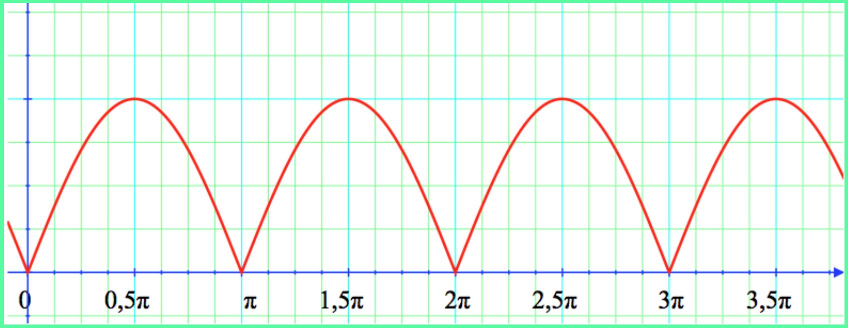
$$V_1 = \frac{\hat{V}}{2\sqrt{2}} = 115\ V\ ;\ V_2 = \frac{\hat{V}\sqrt{2}}{3\pi} = 48,8\ V\ ;\ V_3 = \frac{\hat{V}\sqrt{2}}{15\pi} = 9,76\ V$$

$$B_1 = \frac{115}{103,5} = 1,11\ ;\ B_{12} = \frac{124,9}{103,5} = 1,207\ ;\ B_{123} = \frac{125,3}{103,5} = 1,2107\ \textit{alors que}\ B = \sqrt{F^2 - 1} = 1,2114$$

On constate qu'un calcul de B avec uniquement V_1 entraîne une erreur de 8,4 %.

Exercice 3

Double alternance



$$S_k = \frac{2\sqrt{2}\,\hat{S}}{\pi\left(4k^2-1\right)}$$

$$B = \frac{S_a}{\overline{S}} = \frac{\sqrt{\sum_1^\infty {S_k}^2}}{\overline{S}}$$

$$\overline{V} = \frac{2\hat{V}}{\pi} = \frac{2\times 230\sqrt{2}}{\pi} = 207{,}1\ V\ ;\ V = \frac{\hat{V}}{\sqrt{2}} = 230\ V\ ;\ F = \frac{V}{\overline{V}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1{,}11$$

$$V_1 = \frac{2\hat{V}\sqrt{2}}{3\pi} = 97{,}6\ V\ ;\ V_2 = \frac{2\hat{V}\sqrt{2}}{15\pi} = 19{,}5\ V\ ;\ V_3 = \frac{2\hat{V}\sqrt{2}}{35\pi} = 8{,}4\ V$$

$$B_1 = \frac{97{,}6}{207{,}1} = 0{,}4713\ ;\ B_{12} = \frac{99{,}55}{207{,}1} = 0{,}4807\ ;\ B_{123} = \frac{99{,}9}{207{,}1} = 0{,}4824\ \text{alors que}\ B = \sqrt{F^2-1} = 0{,}4834$$

On constate qu'un calcul de B avec uniquement V_1 entraîne une erreur de 2,5 %.