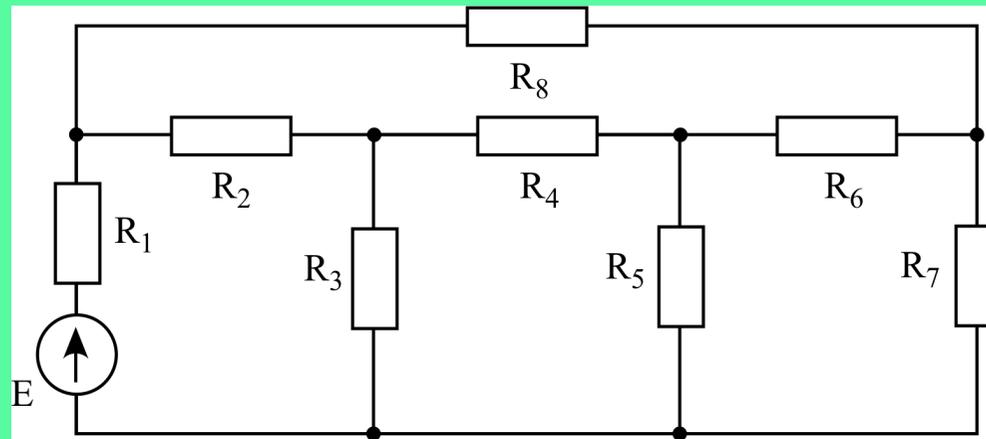


Réseau linéaire : Définitions

Réseau linéaire : Ensemble de composants linéaires interconnectés avec une ou plusieurs sources .



Nœud : C'est un point de connexion entre plusieurs dipôles. Il faut au moins 3 conducteurs pour définir un nœud.

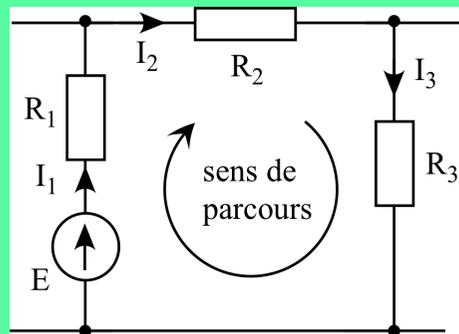
Branche d'un circuit : Portion de circuit limitée par 2 nœuds voisins donc ensemble de composants connectés en série et parcourus par le même courant.

Maille : Ensemble de branches constituant un contour fermé sans jamais passer deux fois par le même nœud.

Lois de Kirchhoff : Loi des Mailles

Un sens de parcours étant choisi le long d'une maille, la somme algébrique des tensions prises dans le sens du parcours est nulle.

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0$$

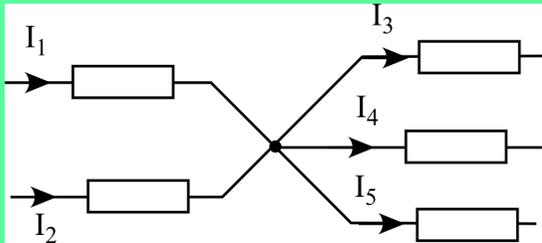


$$E - R_1 I_1 - R_2 I_2 - R_3 I_3 = 0$$

Lois de Kirchhoff : Loi des nœuds

La somme algébrique des courants qui arrivent à un nœud est nulle.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

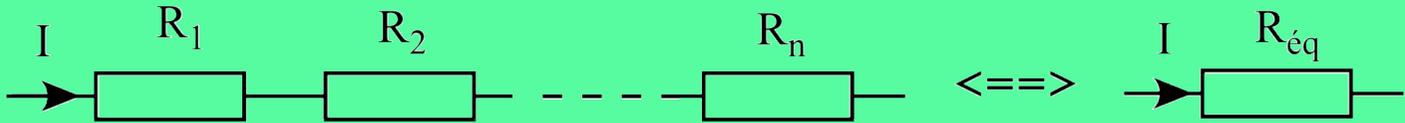


$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$$

Associations de dipôles

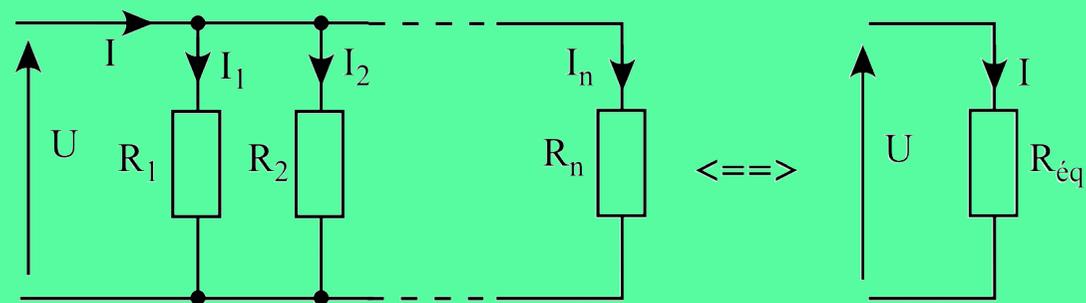
Résistances en série :

$$R_{\text{éq}} = \sum_1^n R_k$$



Résistances en parallèle :

$$\frac{1}{R_{\text{éq}}} = \sum_1^n \frac{1}{R_k}$$



Cas particulier : Si n résistances R identiques :

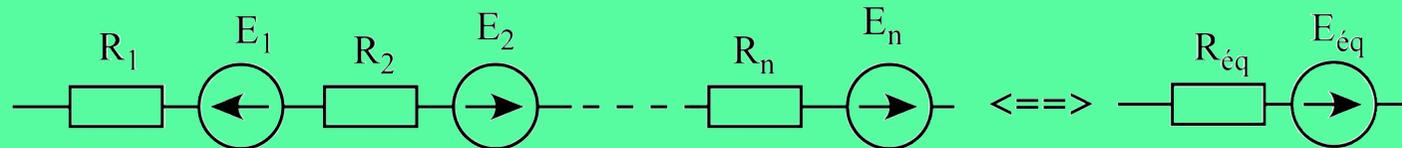
$$R_{\text{éq}} = \frac{R}{n}$$

Associations de générateurs

Générateurs de tensions en série :

$$E_{\text{éq}} = \sum_1^n E_k$$

$$R_{\text{éq}} = \sum_1^n R_k$$

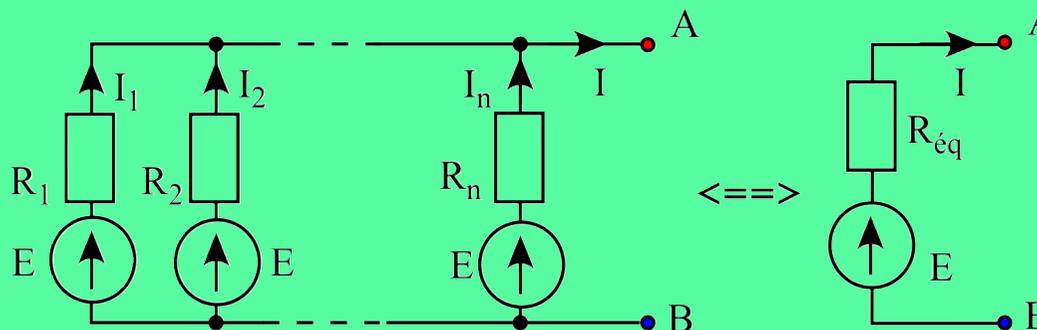


Générateurs de tensions en parallèle :

$$E_{\text{éq}} = E$$

$$\frac{1}{R_{\text{éq}}} = \sum_1^n \frac{1}{R_k}$$

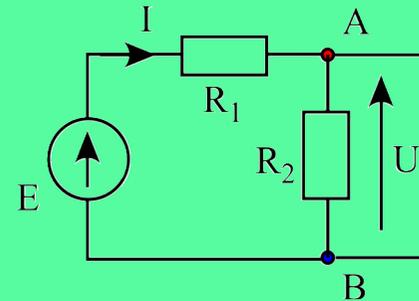
Toutes les f.e.m. sont égales à une même valeur E , sinon les générateurs de plus forte f.e.m. débiteraient dans ceux de plus faibles f.e.m.



Principaux théorèmes

Pont diviseur de tension :

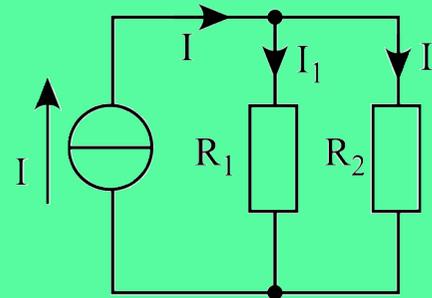
$$U = E \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



Principaux théorèmes

Pont diviseur de courant :

$$I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2} \text{ et } I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

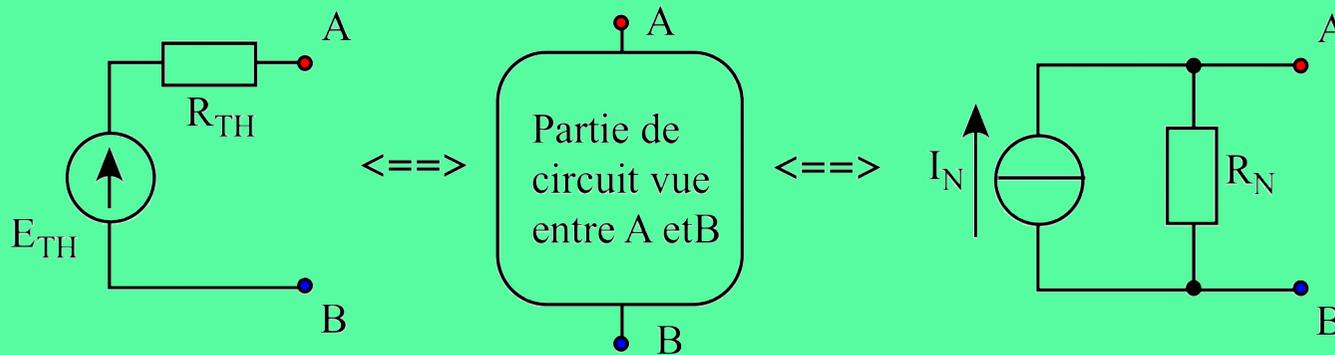


Plus généralement, pour **n résistances en parallèle** alimentées par un courant I , le courant dans la résistance R_i est donné par :

$$I_i = I \frac{G_i}{\sum_1^n G_k} \text{ avec } G_k = \frac{1}{R_k}$$

Principaux théorèmes

Théorèmes de Thévenin et Norton :



- $E_{TH} = U_A - U_B$ à vide (absence de charge connectée entre A et B).
- R_{TH} = résistance équivalente vue entre A et B, toutes les sources indépendantes étant passivées (tension en CC et courant en C. ouv.).
- I_N = courant entre A et B supposées en court-circuit.

Ces deux modèles sont équivalents et on a : $R_{TH} = R_N$ et $E_{TH} = R_N \cdot I_N$

Principaux théorèmes

Théorèmes de superposition : Soit un réseau linéaire comportant n sources indépendantes et une grandeur g à calculer quelque part dans ce réseau (courant ou tension).

On appelle alors g_i ($1 \leq i \leq n$) la valeur de cette grandeur obtenue quand seule la source S_i est active les autres étant **passivées**.

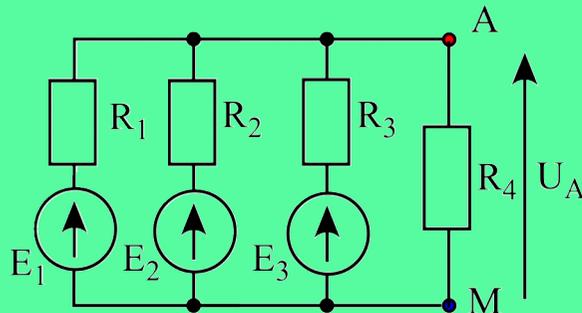
Le principe de superposition permet alors de calculer g comme la **somme de tous les g_i** .

$$g = \sum_{i=1}^n g_i$$

Principaux théorèmes

Théorème de Millman : Soient n branches d'un réseau reliées à un nœud A , d'une part, et au nœud M, choisi comme référence de potentiel, d'autre part. On a alors :

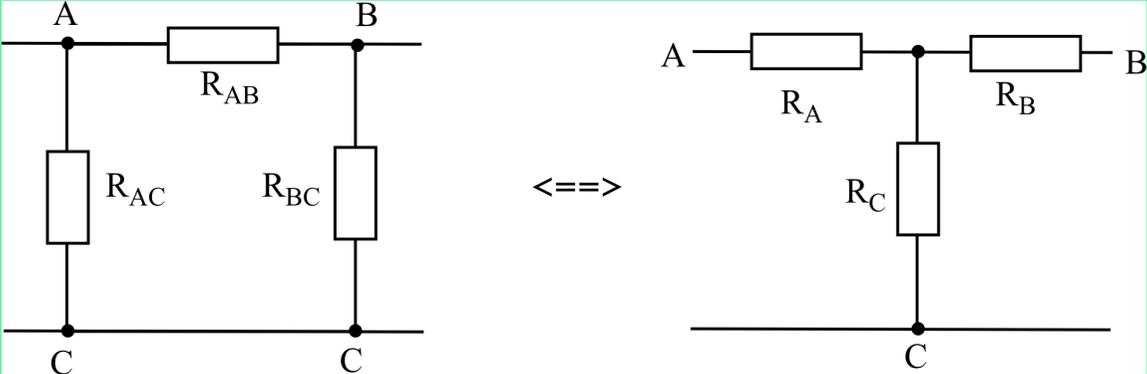
$$U_A = U_A - U_M = \frac{\sum \frac{E_i}{R_i}}{\sum \frac{1}{R_i}} = \frac{\sum E_i G_i}{\sum G_i}$$



$$U_A = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

Principaux théorèmes

Transformation de Kennely : Passage étoile - triangle ou d'un π vers un T et inversement.



$$R_{AB} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_C}$$

$$R_{BC} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_A}$$

$$R_{AC} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_B}$$

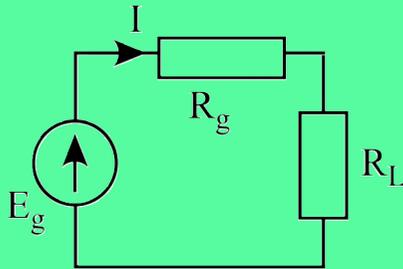
$$R_A = \frac{R_{AB} R_{AC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}$$

$$R_B = \frac{R_{AB} R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}$$

$$R_C = \frac{R_{AC} R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}$$

Principaux théorèmes

Transfert maximal de puissance :



P_L , puissance dans la charge R_L , est maximale lorsque $R_L = R_g$. Elle vaut alors :

$$P_L = \frac{E_g^2}{4R_g}$$

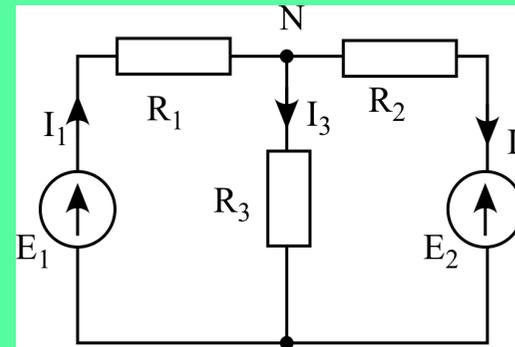
Méthodes d'analyse

Méthode générale dite des courants de branche :

Pour un circuit à B branches, il convient de choisir judicieusement les B inconnues, tensions et courants, et d'écrire un système de B équations, lois des mailles et lois des nœuds.

Exemple :

- Une loi des nœuds : $I_1 = I_2 + I_3$
- Deux lois des mailles : $E_1 = R_1 I_1 + R_3 I_3$
 $E_2 = R_3 I_3 - R_2 I_2$



Méthodes d'analyse

Méthode des courants de maille :

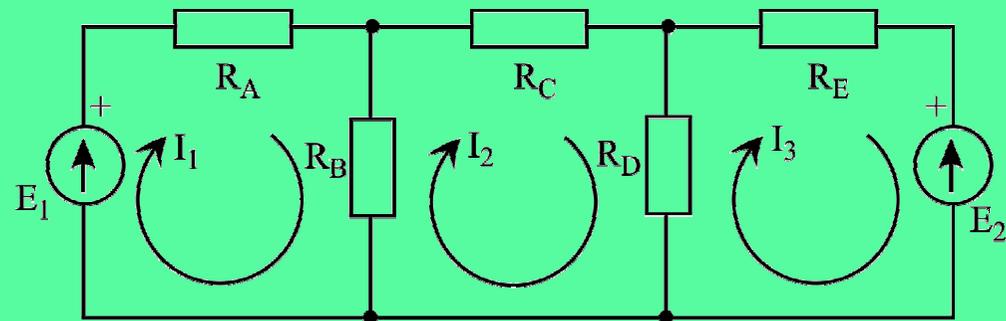
Un circuit à B branches et N nœuds comporte $M = B - (N - 1)$ mailles **indépendantes**.

La méthode consiste à écrire M équations de maille auxquelles on aura affecté un **courant fictif de maille**. On choisira de préférence des mailles adjacentes.

La connaissance de ces courants fictifs permettra ensuite le calcul des courants réels de branche par les lois des nœuds.

Équations des mailles

$$\begin{aligned} E_1 &= R_A I_1 + R_B (I_1 - I_2) \\ R_B (I_1 - I_2) - R_C I_2 + R_D (I_3 - I_2) &= 0 \\ E_2 &= R_D (I_2 - I_3) - R_E I_3 \end{aligned}$$



D'où le système :

$$\begin{aligned} (R_A + R_B) I_1 - R_B I_2 &= E_1 \\ -R_B I_1 + (R_B + R_C + R_D) I_2 - R_D I_3 &= 0 \\ R_D I_2 - (R_D + R_E) I_3 &= E_2 \end{aligned}$$

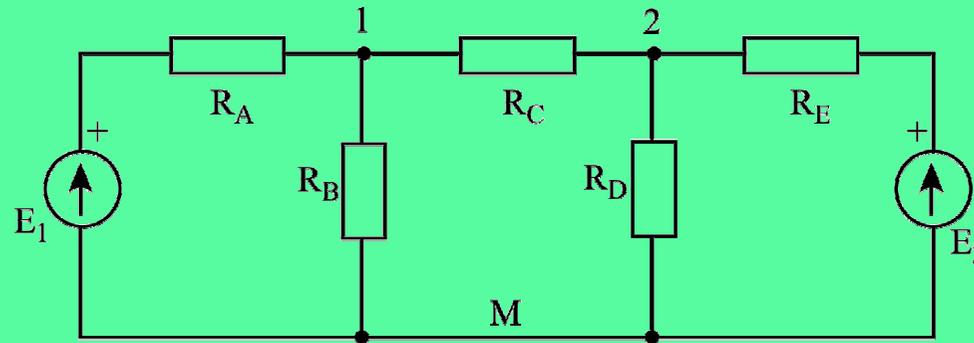
et les courants réels :

$$\begin{aligned} I_A &= I_1 \\ I_B &= I_1 - I_2 \\ I_C &= I_2 \\ I_D &= I_2 - I_3 \\ I_E &= I_3 \end{aligned}$$

Méthodes d'analyse

Méthode des tensions de nœud :

Les inconnues sont cette fois les potentiels des nœuds autres que le nœud de référence. Il y aura donc $(N - 1)$ lois des nœuds à écrire.



Si on pose $V_1 = V_1 - V_M$ aux bornes de R_B et $V_2 = V_2 - V_M$ aux bornes de R_D

$$\frac{V_1 - E_1}{R_A} + \frac{V_1}{R_B} + \frac{V_1 - V_2}{R_C} = 0$$
$$\frac{V_2 - V_1}{R_C} + \frac{V_2}{R_D} + \frac{V_2 - E_2}{R_E} = 0$$

donne le système :

$$\left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} \right) V_1 - \frac{1}{R_C} V_2 = \frac{E_1}{R_A}$$
$$-\frac{1}{R_C} V_1 + \left(\frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_D} + \frac{1}{R_E} \right) V_2 = \frac{E_2}{R_E}$$