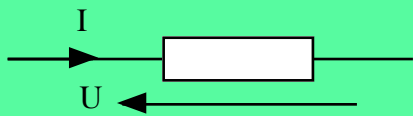


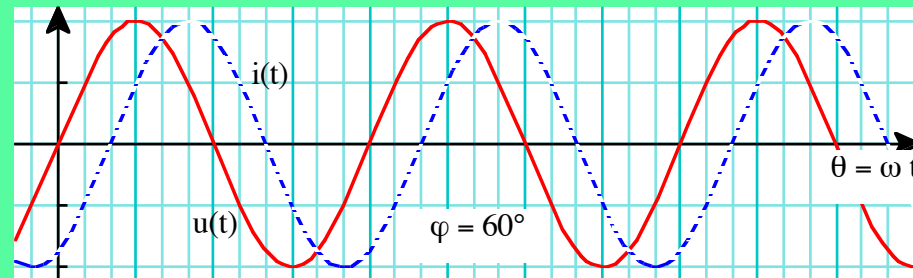
Les 3 types de puissances

Puissance instantanée absorbée par un récepteur



$$u(t) = U\sqrt{2} \sin \omega t$$

$$i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi)$$



La puissance consommée, à chaque instant, par ce récepteur, peut se mettre sous la forme :

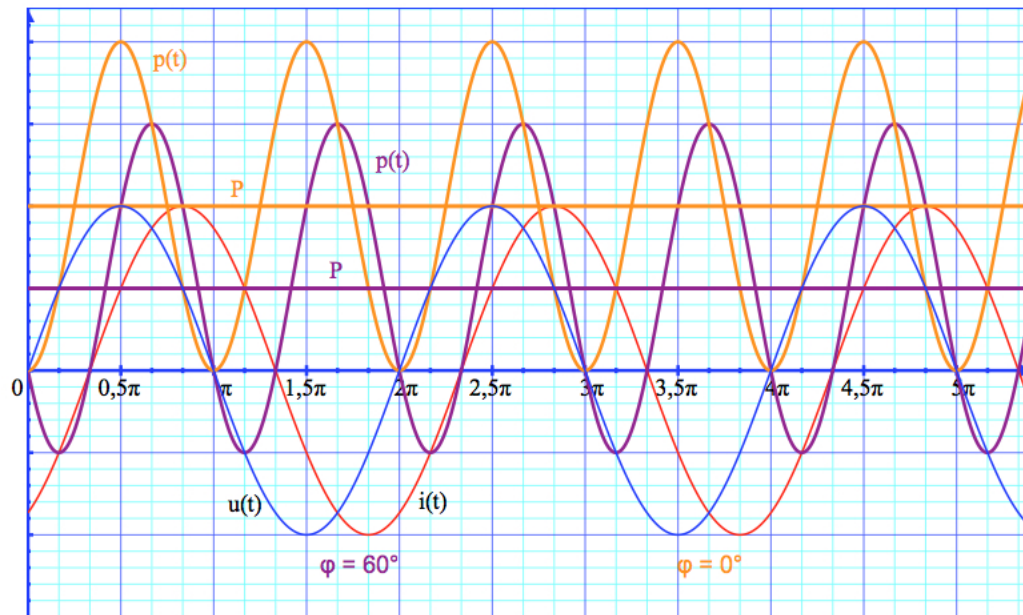
$$p(t) = u(t)i(t) = U I \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) - U I \sin \varphi \sin 2\omega t = p_{active}(t) - p_{réactive}(t)$$

Soit pour une impédance : $\underline{Z} = R + jX$

$$p(t) = R I^2 (1 - \cos 2\omega t) - X I^2 \sin 2\omega t$$

Les 3 types de puissances

Puissance instantanée absorbée par un récepteur

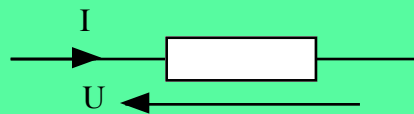


$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U I \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) - U I \sin \varphi \sin 2\omega t = p_{active}(t) - p_{réactive}(t)$$

La puissance consommée, à chaque instant, par ce récepteur, est la somme de deux termes :
L'un, de valeur moyenne non nulle, est responsable d'un véritable transfert d'énergie;
l'autre, de valeur moyenne nulle, est uniquement réactif . $p(t)$ varie entre $P + UI$ et $P - UI$.

Les 3 types de puissances : La puissance ACTIVE

La puissance ACTIVE est la valeur moyenne de la puissance instantanée

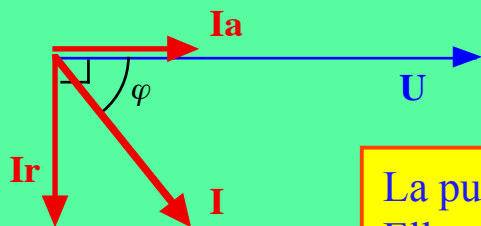


$$u(t) = U\sqrt{2} \sin \omega t$$

$$i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi)$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) i(t) dt = UI \cos \varphi$$

Elle est aussi égale à la puissance obtenue en courant continu avec une tension **U** et un courant **I_a** égal à la composante en phase avec la tension

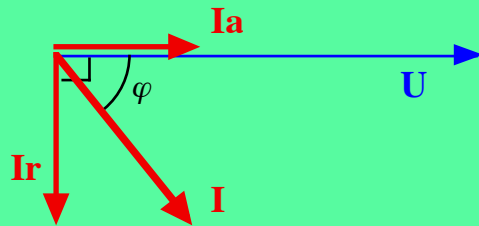


$$P = UI_a = UI \cos \varphi$$

La puissance active est la « **vraie** » puissance (en **Watt : W**).
Elle permet la production de chaleur et de travail mécanique.

Les 3 types de puissances : La puissance REACTIVE

Elle est égale à la puissance obtenue en courant continu avec une tension U et un courant I_r égal à la composante en quadrature avec la tension.



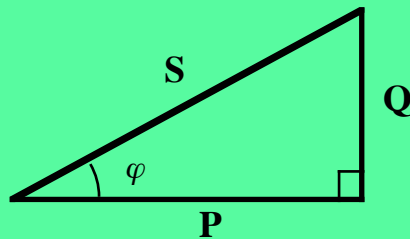
$$Q = UI_r = UI \sin \varphi$$

La puissance réactive s'exprime en **Volt Ampère réactifs (VAr)**.
Elle est liée aux phénomènes d'induction électromagnétique.

Les 3 types de puissances : La puissance APPARENTE

Elle est égale à la puissance obtenue en courant continu avec une tension U et un courant I .
C'est la puissance « totale », celle fournie par le générateur.
Elle s'exprime en **Volt Ampère (VA)**.

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$$



Triangle des puissances

$$\begin{aligned} P &= UI \cos \varphi \\ Q &= UI \sin \varphi \\ S &= UI = \sqrt{P^2 + Q^2} \\ \cos \varphi &= \frac{P}{S} \quad \text{et} \quad \tan \varphi = \frac{Q}{P} \end{aligned}$$

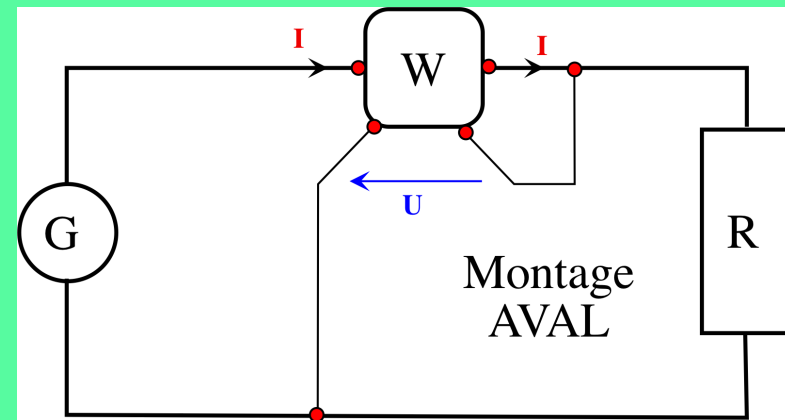
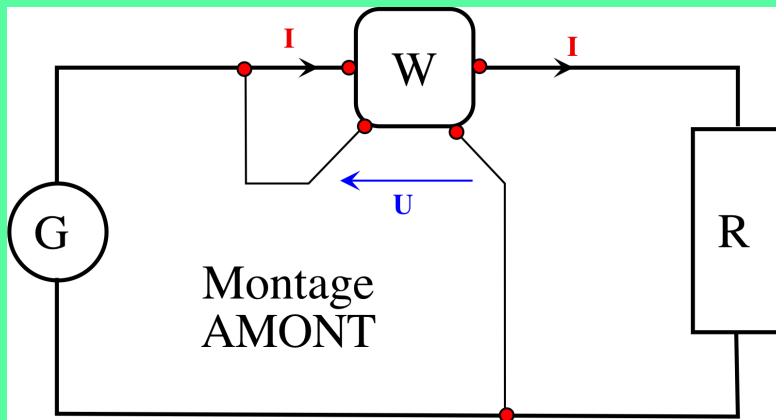
On peut aussi définir un **modèle complexe de la puissance**, par l'expression :

(I^* = complexe conjugué)
$$\underline{P} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = U \cdot I \exp(j\varphi) = P + jQ$$

Mesure de la puissance

Dans tous les cas, un WATTMÈTRE fournit la valeur moyenne du produit $u(t).i(t)$.
Ce peut être par un calcul (appareil numérique)
ou par un moyen électromécanique (Wattmètre analogique à aiguille)

Un WATTMÈTRE doit donc recevoir les deux signaux $u(t)$ et $i(t)$.
Il possède donc 4 bornes
Ces 2 signaux peuvent être isolés galvaniquement
(utilisation d'un transformateur de courant).



Puissances absorbées par les Dipôles élémentaires

Résistance pure

$$\varphi = 0$$

$$P = U.I = R.I^2 = \frac{U^2}{R}$$

$$Q = 0 ; S = P$$

Condensateur parfait

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$Q = -U.I = \frac{-I^2}{C\omega} = -U^2 C\omega$$

$$P = 0 ; S = -Q$$

Inductance pure

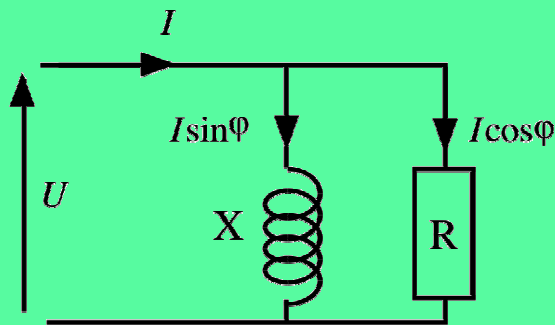
$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$Q = U.I = L\omega.I^2 = \frac{U^2}{L\omega}$$

$$P = 0 ; S = Q$$

Modélisation d'une installation

Pour modéliser les consommations de puissances active et réactive d'une installation électrique complexe, on a souvent recours au modèle R L parallèle.



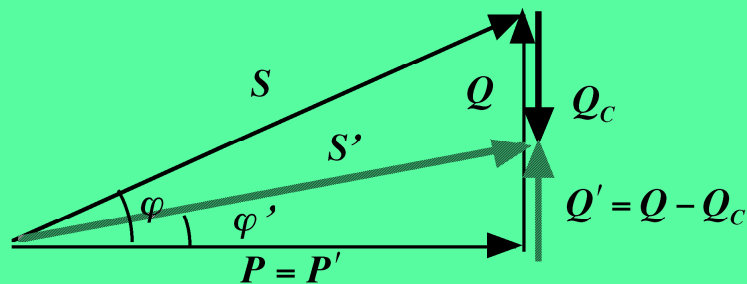
$$P = \frac{U^2}{R} = U I \cos \varphi \Rightarrow R = \frac{U}{I \cos \varphi}$$

$$Q = \frac{U^2}{X} = U I \sin \varphi \Rightarrow X = \frac{U}{I \sin \varphi}$$

Facteur de puissance

Dans sa forme la plus générale, il s'agit du rapport : $f_p = \frac{P}{S}$

Pour des raisons de dimensionnement des matériels et des motivations tarifaires (en France EDF impose $\tan \varphi \leq 0,4$ soit un $\cos \varphi \geq 0,9285$), il est important de maintenir un facteur de puissance voisin de l'unité pour toute installation.



$$Q_c = Q - Q' = P (\tan \varphi - \tan \varphi')$$

$$Q_c = C \omega V^2 \text{ en monophasé}$$

Amélioration du facteur de puissance par ajout de condensateurs

Théorème de Boucherot

Dans toute installation, en régime sinusoïdal, la puissance active totale est la somme des puissances actives de chaque récepteur et il en est de même pour la puissance réactive, soit :

$$P_{totale} = \sum_j P_j \quad \text{et} \quad Q_{totale} = \sum_j Q_j$$

On déterminera ainsi le courant total absorbé ou le facteur de puissance global

$$I_{total} = \frac{S_{totale}}{V} = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{V}$$

$$f_p = \cos \varphi = \frac{P}{S}$$

liste des récepteurs	Puissances actives	Puissances réactives
récepteur 1	P1	Q1
récepteur 2	P2	Q2
récepteur 3	P3	Q3
Totaux	P	Q