

Exercice 1

Un système de production automatisé, alimenté par un réseau 565 V - 60 Hz, comporte :

- Un moteur synchrone fournissant un couple de 120 N.m à la vitesse de 1800 tr/mn avec un rendement de 93 % et un facteur de puissance de 0,9 (consommation de réactif);
- 2 moteurs asynchrones absorbant chacun 12400 W avec un déphasage V/I de 30° ;
- un élément chauffant constitué de 6 résistances de $150\ \Omega$, en parallèle 2 à 2, en triangle;
- un récepteur complexe modélisé, pour chaque phase et en étoile, par une résistance de $113\ \Omega$ en parallèle sur une inductance de 0,4 H;

1° - Calculer le courant total consommé ainsi que le facteur de puissance global lorsque tous les récepteurs fonctionnent.

2° - On règle l'excitation du moteur synchrone de sorte qu'en même temps que le couple, il produise de la puissance réactive. Le courant qu'il absorbe atteint alors 30 A. Que vaut alors le facteur de puissance global ainsi que le courant total consommé.

Exercice 1

1° L'étude des consommations de chaque récepteur permet d'établir le tableau suivant, afin d'utiliser le **théorème de Boucherot**.

Récepteurs	P (W)	Q (Var)	Remarques
Mot Synch	24 322	11 780	$P = C \cdot \Omega / \eta = 120 \times 60 \pi / 0,93$
Mot Async	24 800	14 318	$Q = P \tan \varphi$
élt chauff	12 769	0	$P = 3 U^2 / R_{\text{éq}}$ avec $R_{\text{éq}} = 75 \Omega$
Récepteur	2 825	2 117	$P = U^2 / R$ et $Q = U^2 / L \omega$
Totaux	64 716	28 215	

AN :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 70\,599 \text{ VA} \Rightarrow I = \frac{S}{U \sqrt{3}} = 72,1 \text{ A}$$

$$\tan \varphi = \frac{Q}{P} \Rightarrow \varphi = 23,56^\circ \Rightarrow f_p = \cos \varphi = 0,9167$$

Exercice 1

2° La machine synchrone fournit une puissance apparente : $S = UI\sqrt{3} = 29\,358 \text{ VA}$

donc une puissance réactive : $Q_s = \sqrt{S^2 - P^2} = 16\,442 \text{ VAr}$

Concernant le réactif, le réseau fournit donc la différence, soit :

$$(14\,318 + 2\,117) - 16\,442 = -7 \text{ VAr} \approx 0 \implies \cos\varphi' \approx 1$$

Donc le nouveau courant sera : $I' = \frac{P}{U\sqrt{3}} = \frac{64\,716}{565\sqrt{3}} = 66,1 \text{ A}$

Exercice 2

Une installation triphasée, alimentée par un réseau 400 V / 50 Hz, comprend :

- Un ensemble de 21 luminaires fluo de 116 W chacun avec un $\cos\phi$ de 0,9;
- Un moteur plaqué 15 kW présentant un $\cos\phi$ de 0,85 et un rendement de 89 %;
- Un transformateur peu chargé absorbant 27 kW avec un $\cos\phi$ de 0,5;

1° - Calculer le courant total absorbé et le facteur de puissance global si tous les récepteurs sont connectés. Quelles seraient les lectures P_1 et P_2 lors d'une mesure de puissance avec la méthode des deux wattmètres?

2° - Donner la valeur des 3 condensateurs disposés en triangle permettant de réduire le réactif au maximum autorisé ($\tan\phi = 0,4$); proposer un emplacement pour ces condensateurs.

3° - Les condensateurs précédents étant mis en place, on connecte une résistance de $10\ \Omega$ entre les phases 1 et 2. Donner la valeur efficace des 3 courants de ligne en vous aidant de la représentation de Fresnel correspondante (on se contentera d'une détermination graphique précise).

Exercice 2

1° L'étude des consommations de chaque récepteur permet d'établir le tableau suivant, afin d'utiliser le **théorème de Boucherot**.

Rappel des expressions usuelles :

Récepteurs	P (W)	Q (Var)
Luminaire	2436	1180
Moteur	16 854	10 445
Transfo	27 000	46 765
Totaux	46 290	58 390

$$Q = P \tan \varphi$$

$$P_{abs} = \frac{P_u}{\eta}$$

$$I = \frac{S}{U\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{U\sqrt{3}}$$

$$\tan \varphi = \frac{Q}{P} \Rightarrow \cos \varphi$$

$$\text{AN : } S = 74\,513 \text{ VA} \Rightarrow I = 107,5 \text{ A} ; \varphi = 51,64^\circ \Rightarrow f_p = \cos \varphi = 0,62$$

Exercice 2

1° L'étude des consommations de chaque récepteur permet d'établir le tableau suivant, afin d'utiliser le **théorème de Boucherot**.

Rappel des expressions usuelles :

Récepteurs	P (W)	Q (Var)
Luminaire	2436	1180
Moteur	16 854	10 445
Transfo	27 000	46 765
Totaux	46 290	58 390

$$Q = P \tan \varphi$$

$$P_{abs} = \frac{P_u}{\eta}$$

$$I = \frac{S}{U\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{U\sqrt{3}}$$

$$\tan \varphi = \frac{Q}{P} \Rightarrow \cos \varphi$$

AN : $S = 74\,513 \text{ VA} \Rightarrow I = 107,5 \text{ A} ; \varphi = 51,64^\circ \Rightarrow f_p = \cos \varphi = 0,62$

La méthode des 2 Wattmètres permet la détermination des puissances active et réactive par les expressions :

$$\left. \begin{aligned} P &= P_1 + P_2 \\ Q &= \sqrt{3}(P_1 - P_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = \frac{1}{2} \left(P + \frac{Q}{\sqrt{3}} \right) \\ P_2 = P - P_1 \end{cases}$$

AN : $P_1 = 40\,000 \text{ W}$
 $P_2 = 6\,290 \text{ W}$

Exercice 2

2° Les 3 condensateurs, en triangle donc sous tension U , doivent fournir :

$$Q_C = P(\tan \varphi - 0,4) = Q - 0,4 P \quad \text{Soit : } Q_C = 39\,864 \text{ VAr}$$

$$\text{Par ailleurs : } Q_C = 3C\omega U^2 \Rightarrow C = \frac{Q_C}{3\omega U^2} \quad \text{AN : } C = 264 \mu F$$

La lecture du tableau de Boucherot nous apprend que le transformateur est de loin le plus gros consommateur de réactif; il sera donc avantageux de connecter les condensateurs à ses bornes.

Exercice 2

3° La pose des condensateurs ramène le courant à la valeur :

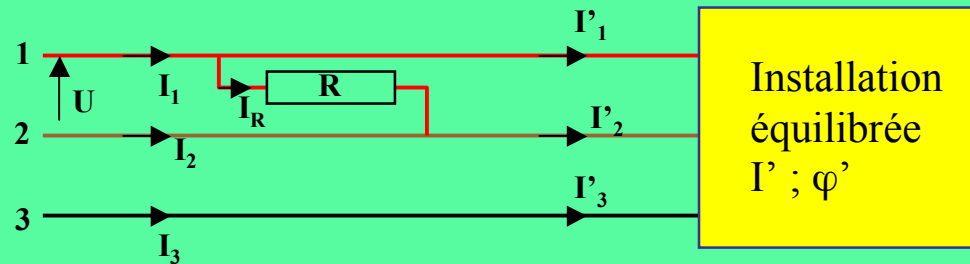
$$I' = \frac{P}{U\sqrt{3}\cos\varphi'}$$

Soit : avec $\tan\varphi' = 0,4 \Rightarrow \varphi' = 21,8^\circ \Rightarrow I' = 71,8 \text{ A}$

Soit I_R le courant parcourant la résistance :

$$I_R = \frac{U}{R} = 40 \text{ A}$$

Le schéma est le suivant :



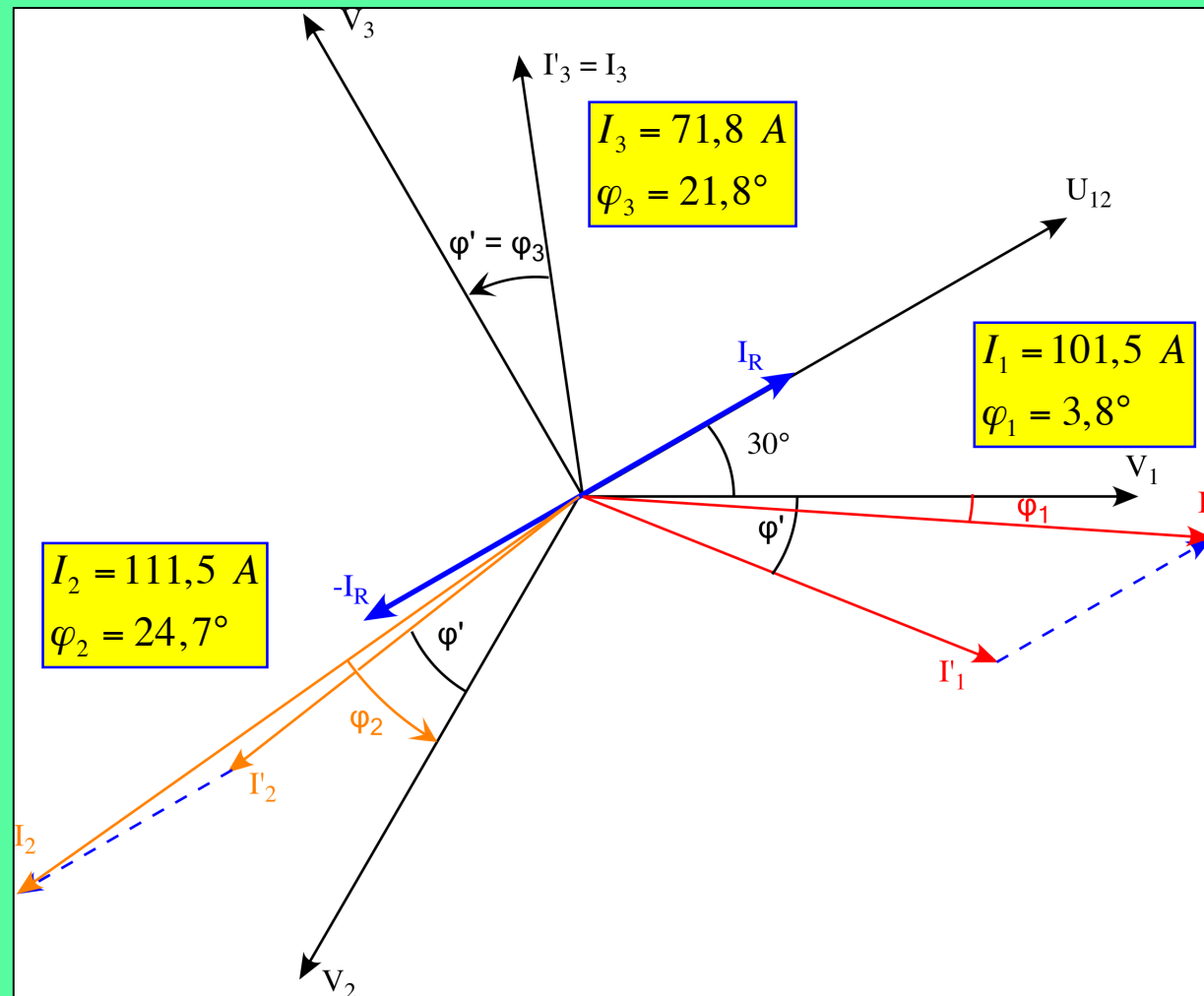
L'addition de la résistance de 10Ω donne un courant I_R en phase avec U_{12}

Il vient s'ajouter à I'_1 et se retrancher à I'_2 .

Exercice 2

D'où le diagramme vectoriel suivant qui illustre les expressions :

$$\begin{aligned}\vec{I}_1 &= \vec{I}_1' + \vec{I}_R \\ \vec{I}_2 &= \vec{I}_2' - \vec{I}_R \\ \vec{I}_3 &= \vec{I}_3'\end{aligned}$$



Exercice 3

L'installation triphasée d'un petit atelier, alimentée par un réseau 400 V - 50 Hz comprend :

- Un transformateur peu chargé absorbant une puissance de 22 kVA avec un $\cos\varphi = 0,44$;
- Un ensemble de 27 luminaires bi-tubes fluo 2x58 W avec un $\cos\varphi = 0,85$ (câblé en un système triphasé équilibré);
- Un moteur de 37 kW présentant un $\cos\varphi = 0,88$ et un rendement de 92,5 %;
- Un four équipé essentiellement de trois résistances de 10 Ω de tension nominale 400 V.

1° - Si tous les récepteurs sont utilisés, déterminer le courant total et le facteur de puissance.

2° - La source d'alimentation ayant été déplacée, l'installation est maintenant reliée à la source par un câble triphasé de 150 m de longueur et de section 3 x 70 mm².

(on prendra une résistivité $\rho = 22 \text{ n}\Omega.m$ et une réactance linéique $\lambda = 0,08 \Omega / km$).

Grâce au théorème de Boucherot, calculer la valeur de la tension réseau au niveau de la source pour garantir les 400 V aux bornes de l'installation.

Exercice 3

1° L'étude des consommations de chaque récepteur permet d'établir le tableau suivant, afin d'utiliser le **théorème de Boucherot**.

Récepteurs	P (W)	Q (Var)	Remarques
Transfo	9 680	19 756	$P = S \cos \varphi$
Luminares	3 132	1 941	$Q = P \tan \varphi$
Moteur	40 000	21 590	$P = \frac{P_u}{\eta}$
Four	48 000	0	$P = 3 \frac{U^2}{R}$; <i>R en triangle</i>
Totaux	100 812	43 287	

AN :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 109\,712,5 \text{ VA} \Rightarrow I = \frac{S}{U\sqrt{3}} = 158,35 \text{ A}$$

$$\tan \varphi = \frac{Q}{P} \Rightarrow \varphi = 23,24^\circ \Rightarrow f_p = \cos \varphi = 0,919$$

Exercice 3

2° Chaque conducteur de phase a une résistance : $R_{PH} = \rho \frac{L}{S} = 22 \times 10^{-3} \frac{150}{70} = 47,1 \text{ m}\Omega$

Le câble consomme donc une puissance active : $P_C = 3 R_{PH} I^2 = 3 \text{ 546,6 W}$

Exercice 3

2° Chaque conducteur de phase a une résistance : $R_{PH} = \rho \frac{L}{S} = 22 \times 10^{-3} \frac{150}{70} = 47,1 \text{ m}\Omega$

Le câble consomme donc une puissance active : $P_C = 3 R_{PH} I^2 = 3 \text{ 546,6 W}$

il consomme de plus une puissance réactive :

$$Q_C = 3 X_{PH} I^2 = 902,7 \text{ VAr avec } X_{PH} = 0,08 \times 0,15 = 12 \text{ m}\Omega$$

Exercice 3

2° Chaque conducteur de phase a une résistance : $R_{PH} = \rho \frac{L}{S} = 22 \times 10^{-3} \frac{150}{70} = 47,1 \text{ m}\Omega$

Le câble consomme donc une puissance active : $P_C = 3 R_{PH} I^2 = 3 \text{ 546,6 W}$

il consomme de plus une puissance réactive :

$$Q_C = 3 X_{PH} I^2 = 902,7 \text{ VAr avec } X_{PH} = 0,08 \times 0,15 = 12 \text{ m}\Omega$$

Le générateur fournit donc une puissance active : $P_G = P_C + P$

et une puissance réactive : $Q_G = Q_C + Q$

$$\text{D'où : } S_G = \sqrt{P_G^2 + Q_G^2} = 113 \text{ 329 VA} \Rightarrow U_G = \frac{S_G}{I\sqrt{3}} = 413,2 \text{ V}$$

Exercice 4

Soit un câble multipolaire de sections $(3 \times 70 + 35) \text{ mm}^2$ et de 100 m de long. Il alimente une installation qui absorbe un courant de ligne de 200 A avec un $\cos\varphi = 0,8$ AR et un faible déséquilibre ($I_n < 20 \text{ A}$).

La source triphasée est équivalente à un groupement en étoile de 3 générateurs de f.e.m.

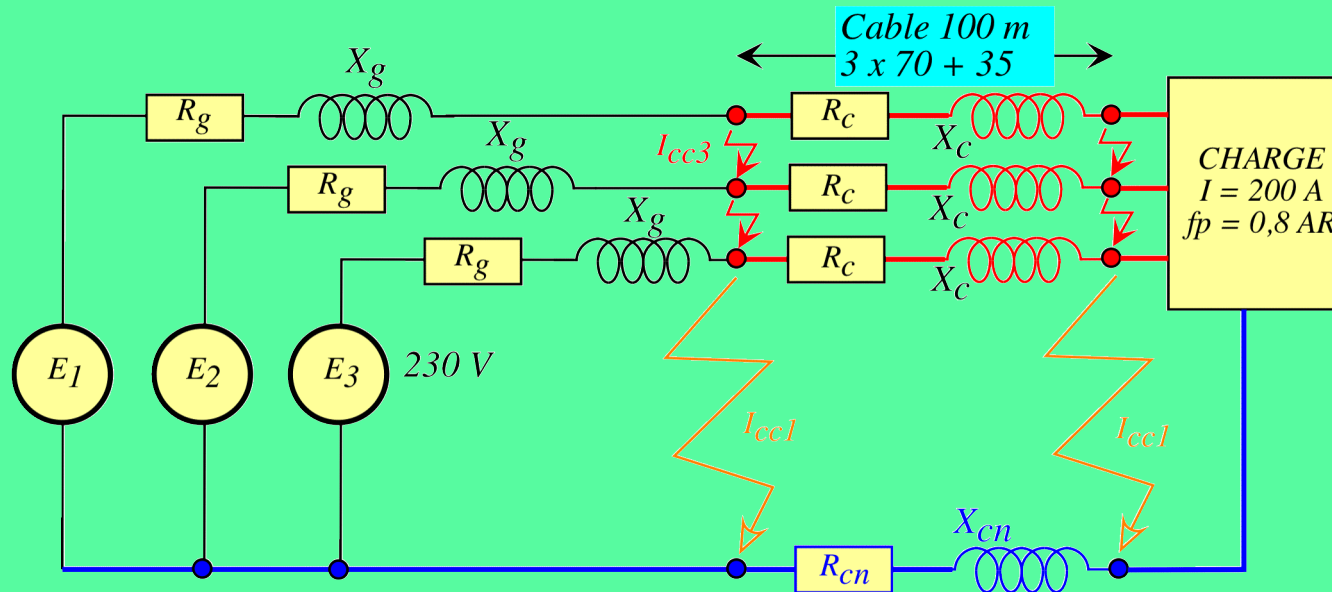
230 V - 50 Hz en série avec une résistance de $8 \text{ m}\Omega$ et une réactance de $24 \text{ m}\Omega$. On prendra la résistivité du cuivre $\rho = 22 \text{ n}\Omega.\text{m}$ et la réactance linéique d'un conducteur du câble $\lambda = 0,08 \text{ }\Omega/\text{km}$.

1° - Calculer la tension simple au niveau de l'utilisation.

2° - Déterminer les courants de court-circuit maximum et minimum

- dans le cas d'un court-circuit triphasé (= les 3 phases reliées);
- dans le cas d'un court-circuit monophasé (= une phase reliée au neutre).

Exercice 4



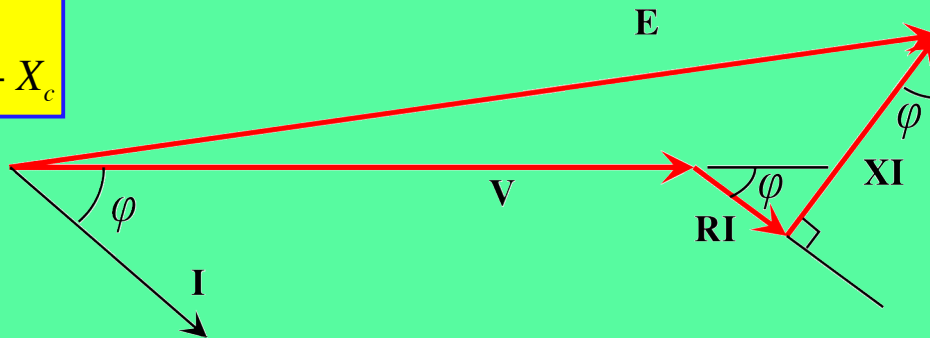
1° La tension simple au niveau de la charge est : $\vec{V} = \vec{E} - \vec{Z}\vec{I}$ avec $\underline{Z} = \underline{Z}_g + \underline{Z}_c$

La charge étant peu déséquilibrée, le courant dans le neutre peut être négligé et on peut ne pas prendre en compte l'impédance du conducteur de neutre.

Exercice 4

$$\underline{Z} = \underline{Z}_g + \underline{Z}_c = R + jX$$

$$\text{avec } R = R_g + R_c \text{ et } X = X_g + X_c$$



V et E étant très supérieurs à RI et XI, on peut négliger la composante verticale de E. D'où :

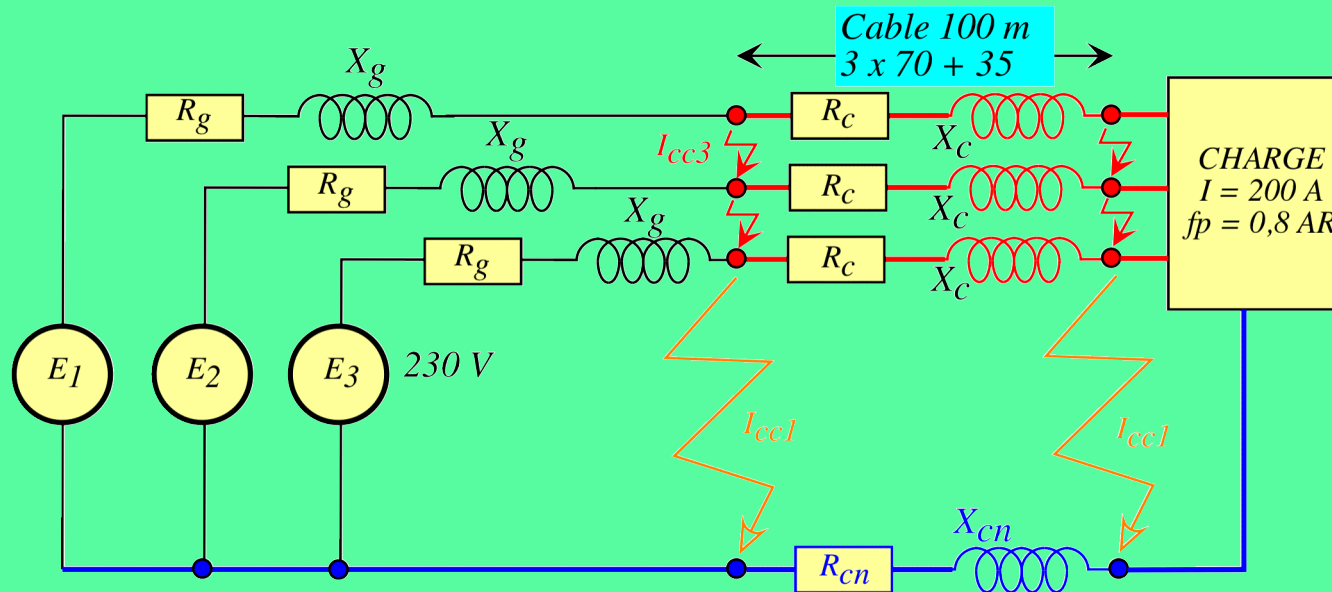
$$V = E - (RI \cos \varphi + XI \sin \varphi)$$

$$R_c = \rho \frac{L}{s} = 22 \times 10^{-3} \frac{100}{70} = 31,43 \text{ m}\Omega$$

$$X_c = 0,08 \times 0,1 = 8 \text{ m}\Omega$$

$$V = 230 - 39,43 \times 10^{-3} \times 200 \times 0,8 - 32 \times 10^{-3} \times 200 \times 0,6 \simeq 220 \text{ V}$$

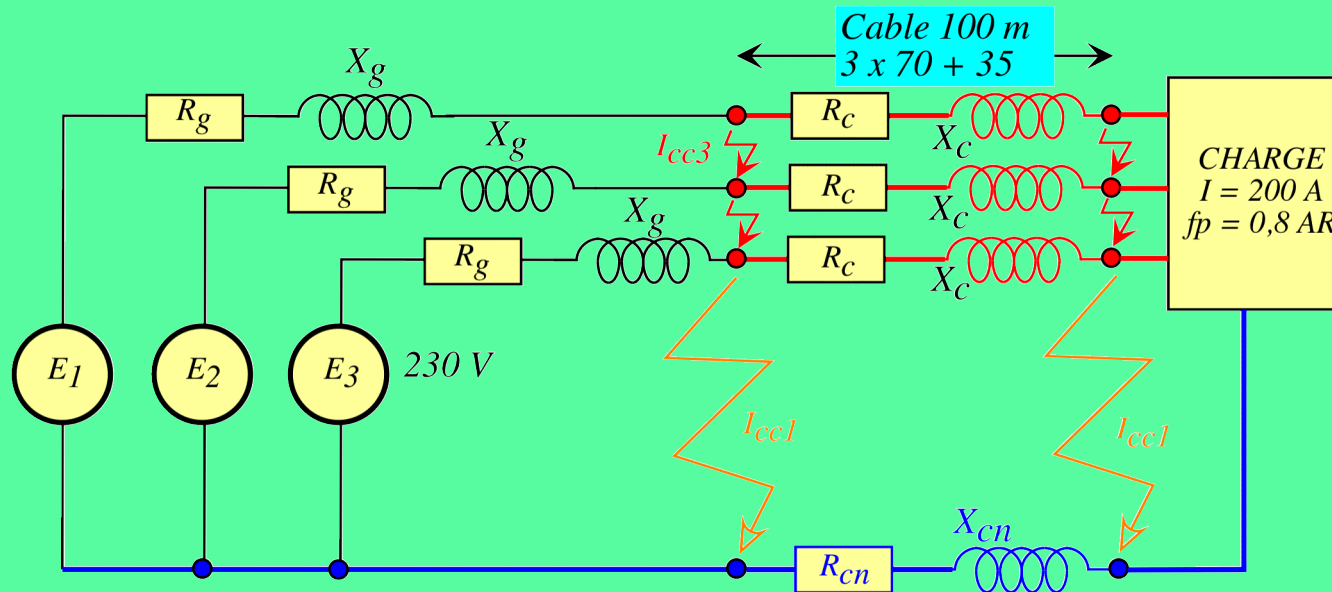
Exercice 4



2° Chaque courant de court-circuit sera de la forme :
$$I_{cc} = \frac{E}{\|Z\|}$$

où Z intègre tel ou tel composant du schéma selon le cas étudié.

Exercice 4



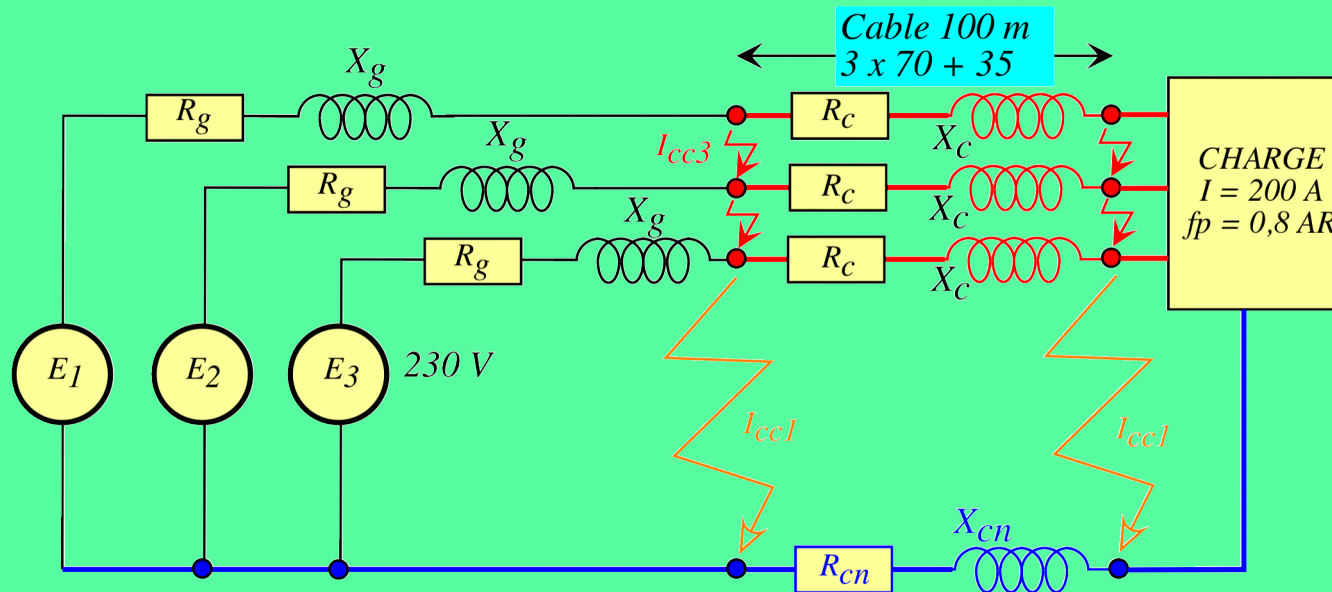
Triphasé courant maximum : $Z = Z_g$

$$I_{cc3} = \frac{E}{\|Z_g\|} = \frac{230}{25,3 \times 10^{-3}} = 9,1 \text{ kA}$$

Triphasé courant minimum : $Z = Z_g + Z_c$

$$I_{cc3} = \frac{E}{\|Z_g + Z_c\|} = \frac{230}{50,8 \times 10^{-3}} = 4,53 \text{ kA}$$

Exercice 4



monophasé courant maximum : $Z = Z_g$

$$I_{CC1} = \frac{E}{\|Z_g\|} = \frac{230}{25,3 \times 10^{-3}} = 9,1 \text{ kA}$$

monophasé courant minimum : $Z = Z_g + Z_c + Z_{cn}$

$$R_{CN} = 62,86 \text{ m}\Omega ; (s = 35 \text{ mm}^2)$$

$$X_{CN} = 8 \text{ m}\Omega$$

$$I_{CC1} = \frac{E}{\|Z_g + Z_c + Z_{CN}\|} = \frac{230}{109,83 \times 10^{-3}} = 2,1 \text{ kA}$$

Exercice 5

Une installation triphasée, alimentée par un réseau 400 V / 50 Hz, comprend :

- Un récepteur inconnu;
- Un ensemble de 60 luminaires fluo de 72 W avec un $\cos\varphi$ de 0,85;
- Un moteur plaqué 18 kW présentant un $\cos\varphi$ de 0,89 et un rendement de 90 %;
- Un élément chauffant constitué de 6 résistances de 50 Ω , admettant jusqu'à 400 V de

tension aux bornes. Un système de commutation assure les différentes possibilités de câblage et module ainsi la puissance absorbée (l'ensemble restant équilibré).

1° - Pour l'élément chauffant, déterminer les 8 possibilités de câblage des résistances et les 8 valeurs de la puissance absorbée correspondantes.

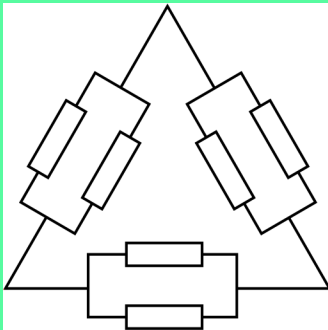
2° - L'élément chauffant étant réglé sur sa puissance maximale, la méthode des deux wattmètres donne, pour toute l'installation, les valeurs $P_1 = 51\,285$ W et $P_2 = 28\,235$ W. Calculer le courant total absorbé, la puissance active et le $\cos\varphi$ du récepteur inconnu, ainsi que le $\cos\varphi$ de l'ensemble.

Exercice 5

1° On peut regrouper les différentes connexions possibles en familles :

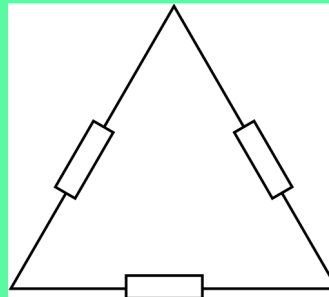
3 connexions de type « Triangle » :

2 R en parallèle



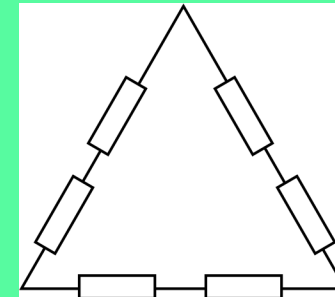
$$P = \frac{3U^2}{R/2} = 19\,200\text{ W}$$

1 seule R



$$P = \frac{3U^2}{R} = 9\,600\text{ W}$$

2 R en série



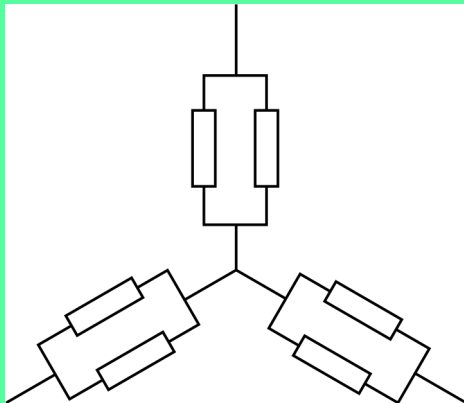
$$P = \frac{3U^2}{2R} = 4\,800\text{ W}$$

Exercice 5

1° On peut regrouper les différentes connexions possibles en familles :

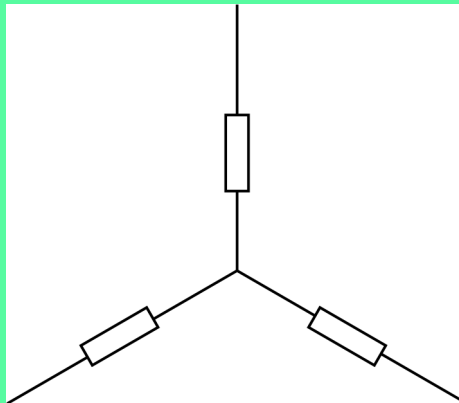
3 connexions de type « Etoile » :

2 R en parallèle



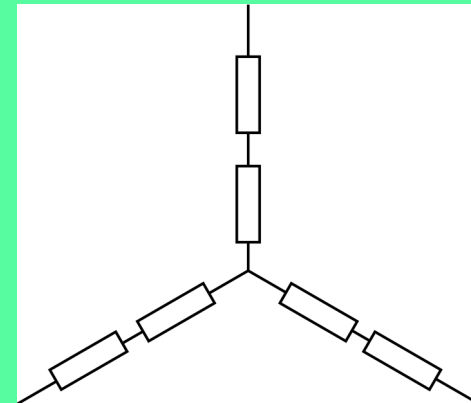
$$P = \frac{3V^2}{R/2} = 6\,400\text{ W}$$

1 seule R



$$P = \frac{3V^2}{R} = 3\,200\text{ W}$$

2 R en série



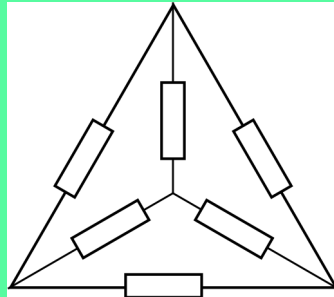
$$P = \frac{3V^2}{2R} = 1\,600\text{ W}$$

Exercice 5

1° On peut regrouper les différentes connexions possibles en familles :

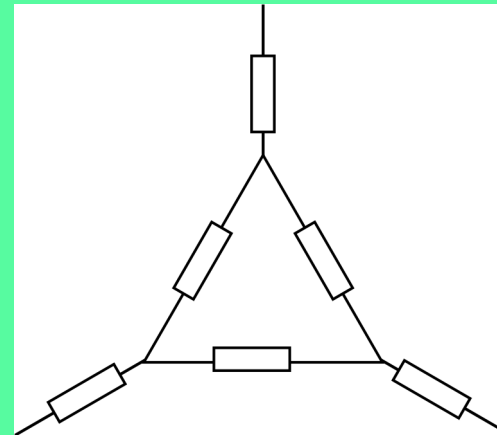
2 connexions de type « Etoile - Triangle » :

Système parallèle



$$P = \frac{3V^2}{R} + \frac{3U^2}{R} = 12\,800\text{ W}$$

Système série



$$P = \frac{3V^2}{\left(R + \frac{R}{3}\right)} = 2\,400\text{ W}$$

Triangle équivalent à une étoile avec $R/3$

Exercice 5

Récapitulatif des 8 puissances possibles

Connexions	Puissances (W)	Proportion/max
Y : 2 R en série	1 600	8,3 %
Δ - Y série	2 400	12,5 %
Y : 1 R	3 200	16,7 %
Δ : 2 R série	4 800	25 %
Y : 2 R en //	6 400	33,3 %
Δ : 1 R	9 600	50 %
Δ - Y parallèle	12 800	66,7 %
Δ : 2 R en //	19 200	100 %

Exercice 5

2° L'étude des consommations de chaque récepteur permet d'établir le tableau suivant, afin d'utiliser le **théorème de Boucherot**.

La méthode des 2 Wattmètres permet la détermination des puissances active et réactive totales par les expressions :

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2 \\ Q &= \sqrt{3}(P_1 - P_2) \end{aligned}$$

AN :

$$\begin{aligned} P &= 79\,520 \text{ W} \\ Q &= 39\,924 \text{ VAr} \end{aligned}$$

Récepteurs	P (W)	Q (Var)
Luminaire	4 320	2 677
Moteur	20 000	10 246
Élt. chauffant	19 200	0
Récepteur inconnu	P_x	Q_x
Totaux	79 520	39 924

Rappel des expressions usuelles :

$$\begin{aligned} Q &= P \tan \varphi \\ P_{abs} &= \frac{P_u}{\eta} \\ I &= \frac{S}{U\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{U\sqrt{3}} \\ \tan \varphi &= \frac{Q}{P} \Rightarrow \cos \varphi \end{aligned}$$

AN :

$$\begin{aligned} I &= 128,4 \text{ A} \\ \cos \varphi &= 0,8937 \\ P_x &= 36\,000 \text{ W} \\ Q_x &= 27\,001 \text{ VAr} \\ \cos \varphi_x &= 0,8 \end{aligned}$$

Exercice 6

Une installation, alimentée par un réseau triphasé 400 V - 50 Hz, comporte :

- un moteur asynchrone triphasé de 55 kW pour un rendement de 89 % et un $\cos\varphi = 0,85$;
- un ensemble de 24 luminaires bi-tubes fluo de 2x58 W avec un $\cos\varphi = 0,86$;
- un poste à souder absorbant 11 kW avec un $\cos\varphi = 0,6$;
- un four électrique absorbant 22 kW (constitué de 3 résistances en étoile sans neutre).

1° - Déterminer le courant total absorbé et le facteur de puissance global.

2° - Tous les récepteurs étant en service, la phase 3 se déconnecte accidentellement au niveau du four. Calculer les 3 courants de ligne ainsi que leur déphasage vis à vis des tensions simples; construire le diagramme de Fresnel correspondant.

Exercice 6

1° L'étude des consommations de chaque récepteur permet d'établir le tableau suivant, afin d'utiliser le **théorème de Boucherot**.

Rappel des expressions usuelles

$$Q = P \tan \varphi ; P_{abs} = \frac{P_u}{\eta}$$

Récepteurs	P (W)	Q (Var)
Moteur	61 798	38 299
Luminaire	2 784	1 652
Poste à souder	11 000	14 667
Four	22 000	0
Totaux	97 582	54 618

$$I = \frac{S}{U\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{U\sqrt{3}} = \frac{111\,827}{400\sqrt{3}} = 161,4 \text{ A}$$
$$\tan \varphi = \frac{Q}{P} \Rightarrow \varphi = 29,2^\circ \Rightarrow \cos \varphi = 0,8726$$

Exercice 6

2° Si on élimine le four du tableau précédent, on obtient : $P = 75\,582\text{ W}$ et $Q = 54\,618\text{ VAR}$

D'où, pour le reste de l'installation, un ensemble triphasé équilibré tel que :

$$I = \frac{S}{U\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{U\sqrt{3}} = \frac{93\,251}{400\sqrt{3}} = 134,6\text{ A}$$
$$\tan \varphi' = \frac{Q}{P} \Rightarrow \varphi' = 35,9^\circ \Rightarrow \cos \varphi' = 0,8105$$

Compte tenu du couplage étoile sans neutre du four, les 2 résistances le constituant, qui restent connectées, se retrouvent en série et soumises à la tension composée U_{12} . Il en résulte un courant I_F , en phase avec U_{12} , et de valeur :

$$\left. \begin{aligned} I_F &= \frac{U}{2R} \\ R &= \frac{3V^2}{P} = \frac{U^2}{P} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_F = \frac{P}{2U} = 27,5\text{ A}$$

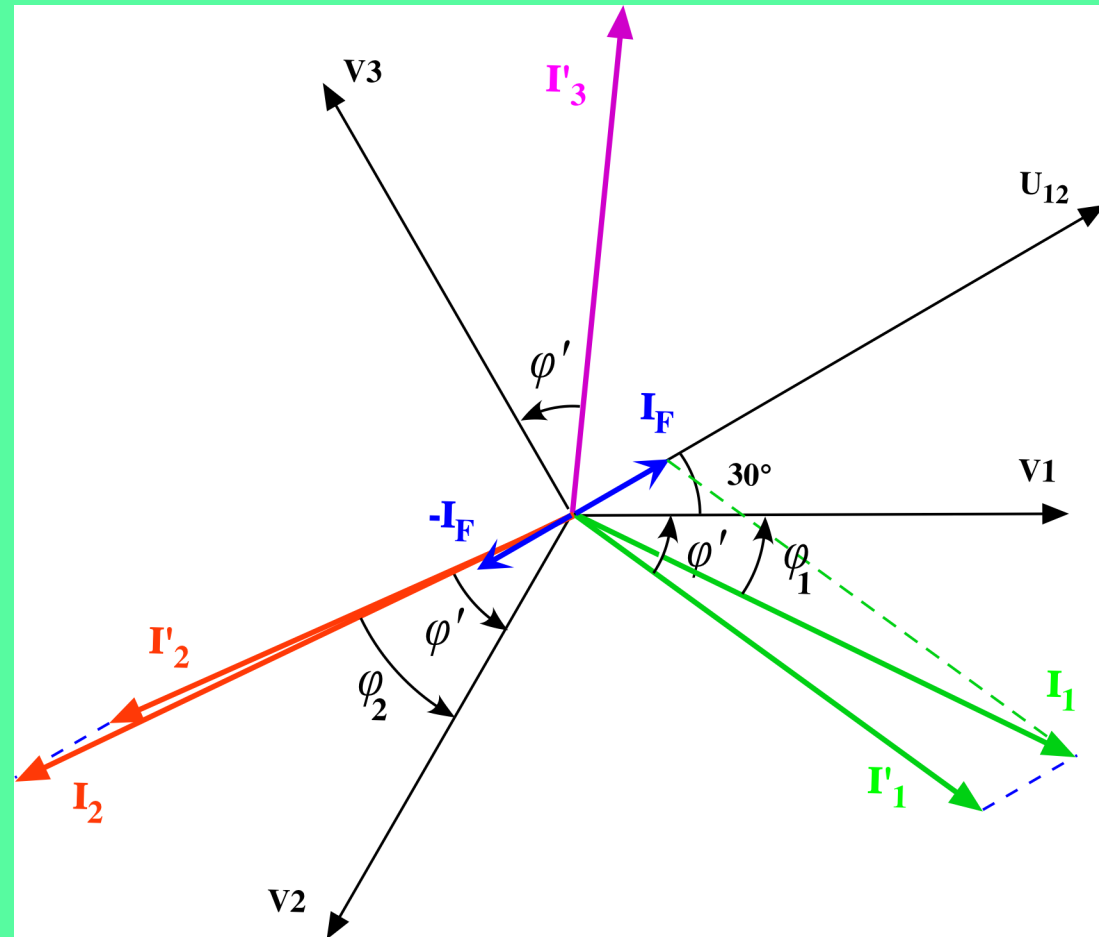
Exercice 6

2° On peut alors construire le diagramme de Fresnel suivant :

$$I_{1x} = I_F \frac{\sqrt{3}}{2} + I'_1 \cos \varphi'$$

$$I_{1y} = I_F \frac{1}{2} - I'_1 \sin \varphi'$$

$$\Rightarrow I_1 = 148 \text{ A et } \varphi_1 = 26,1^\circ$$



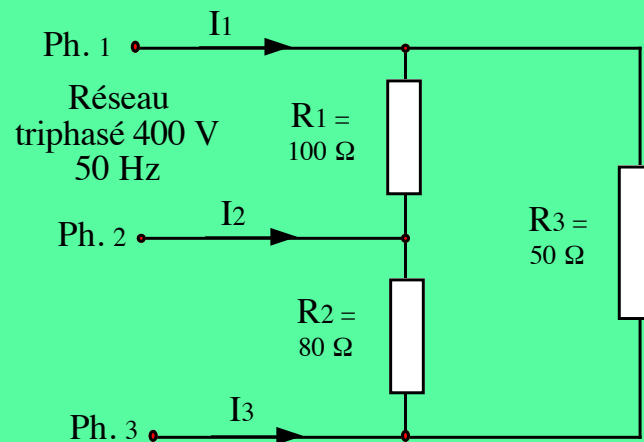
$$\left. \begin{aligned} I_{2x} &= -I_F \frac{\sqrt{3}}{2} - I'_2 \sin \left(\varphi' + \frac{\pi}{6} \right) \\ I_{2y} &= -I_F \frac{1}{2} - I'_2 \cos \left(\varphi' + \frac{\pi}{6} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_2 = 162 \text{ A et } \varphi_2 = 34,9^\circ$$

$$\begin{aligned} I_3 &= I'_3 = 134,6 \text{ A} \\ \varphi_3 &= \varphi' = 35,9^\circ \end{aligned}$$

Exercice 7

On considère le schéma ci-dessous : Construire le diagramme de Fresnel comportant les courants d'enroulement et de ligne et précisant la direction des tensions simples et composées. Calculer la valeur efficace des courants de ligne I_j et leur déphasage φ_j , pris algébriquement, par rapport aux tensions simples correspondantes V_j .

Vérifier que la puissance réactive est bien nulle, c'est-à-dire $\sum I_j \cdot \sin \varphi_j = 0$



Exercice 7

Les courants d'enroulements se calculent aisément :

$$\begin{aligned} J_{12} &= \frac{U}{R_1} = \frac{400}{100} = 4 \text{ A en phase avec } \overrightarrow{U_{12}} \\ J_{23} &= \frac{U}{R_2} = \frac{400}{80} = 5 \text{ A en phase avec } \overrightarrow{U_{23}} \\ J_{31} &= \frac{U}{R_3} = \frac{400}{50} = 8 \text{ A en phase avec } \overrightarrow{U_{31}} \end{aligned}$$

Le diagramme vectoriel peut alors être construit à partir des relations de définition :

$$\begin{aligned} \vec{I}_1 &= \vec{J}_{12} - \vec{J}_{31} \\ \vec{I}_2 &= \vec{J}_{23} - \vec{J}_{12} \\ \vec{I}_3 &= \vec{J}_{31} - \vec{J}_{23} \end{aligned}$$

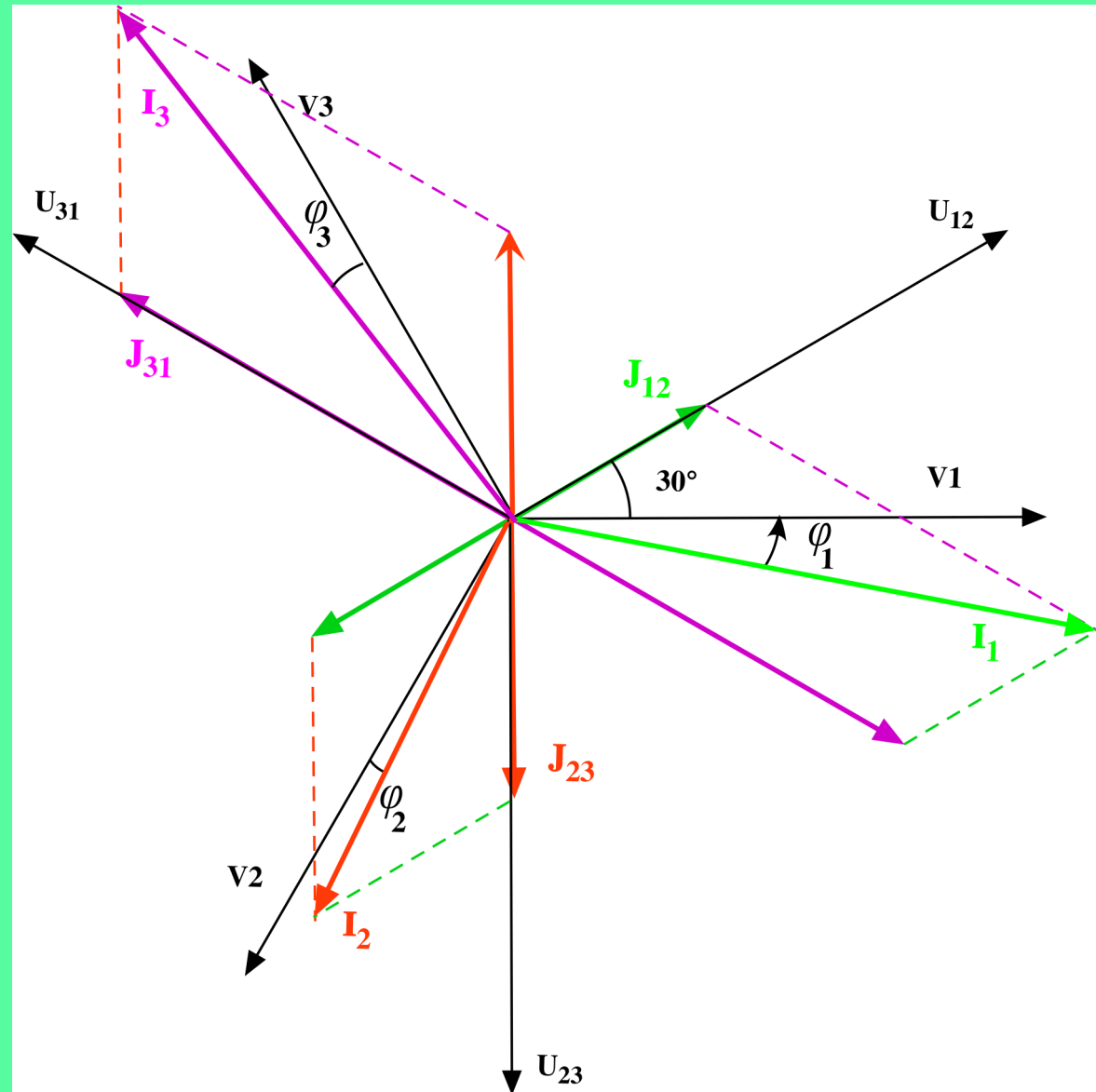
Exercice 7

Les caractéristiques des vecteurs I_1 , I_2 et I_3 peuvent s'obtenir classiquement par projections.

$$\left. \begin{array}{l} I_{1x} = 6\sqrt{3} \\ I_{1y} = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_1 = 10,58 \text{ A} \\ \varphi_1 = 10,9^\circ \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} I_{2x} = -2\sqrt{3} \\ I_{2y} = -7 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_2 = 7,81 \text{ A} \\ \varphi_2 = -3,7^\circ \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} I_{3x} = -4\sqrt{3} \\ I_{3y} = 9 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_3 = 11,36 \text{ A} \\ \varphi_3 = -7,6^\circ \end{array} \right.$$



Exercice 7

Les relations **d'Al-Kashi** peuvent donner rapidement les valeurs efficaces.

$$I_1^2 = J_{12}^2 + J_{31}^2 - 2J_{12}J_{31}\cos 120$$

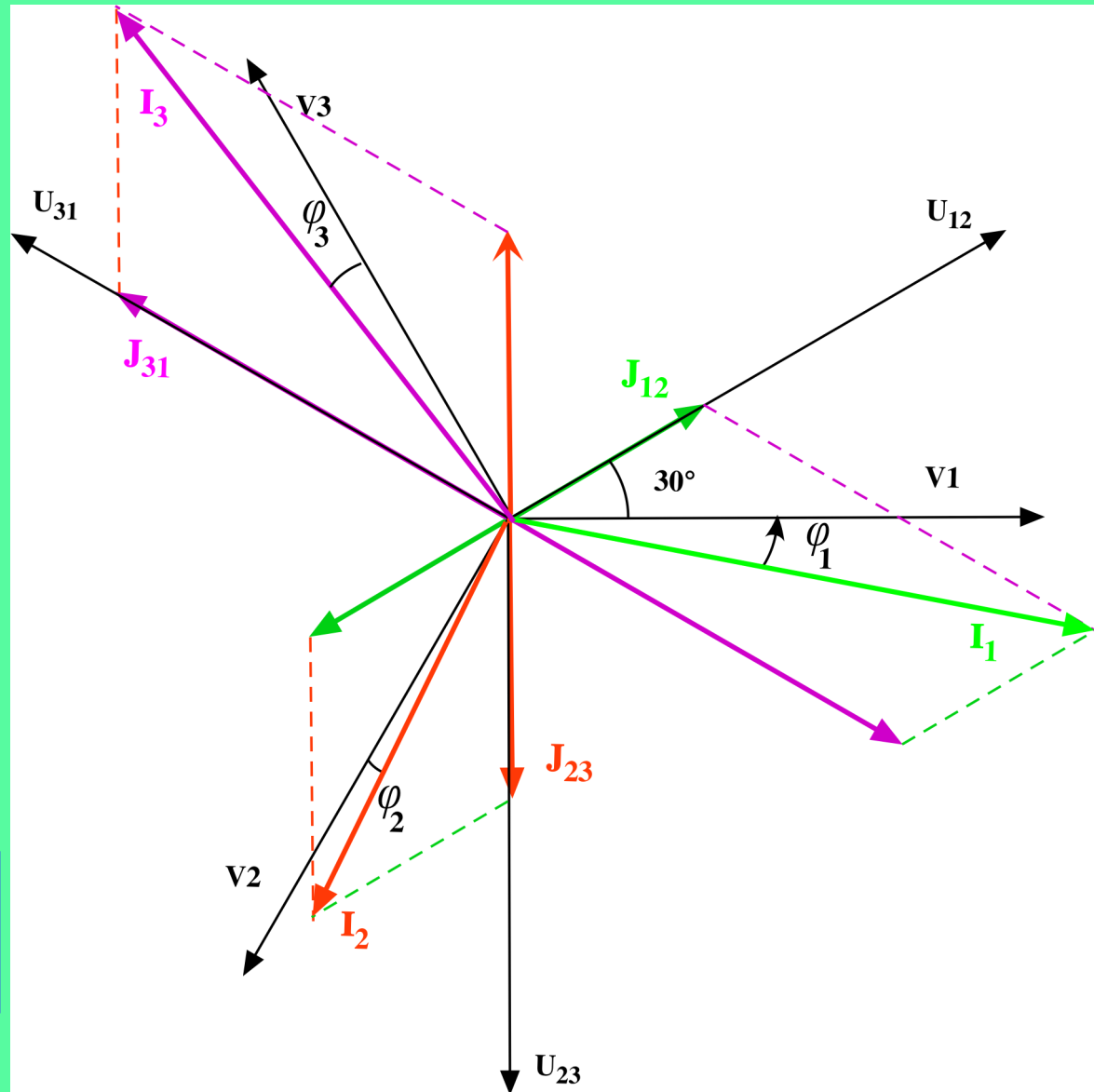
$$I_1 = \sqrt{J_{12}^2 + J_{31}^2 + J_{12}J_{31}} = 10,58 \text{ A}$$

$$I_2^2 = J_{23}^2 + J_{12}^2 - 2J_{23}J_{12}\cos 120$$

$$I_2 = \sqrt{J_{23}^2 + J_{12}^2 + J_{23}J_{12}} = 7,81 \text{ A}$$

$$I_3^2 = J_{23}^2 + J_{31}^2 - 2J_{23}J_{31}\cos 120$$

$$I_3 = \sqrt{J_{23}^2 + J_{31}^2 + J_{23}J_{31}} = 11,36 \text{ A}$$



Exercice 7

On peut aussi faire appel aux modèles complexes.

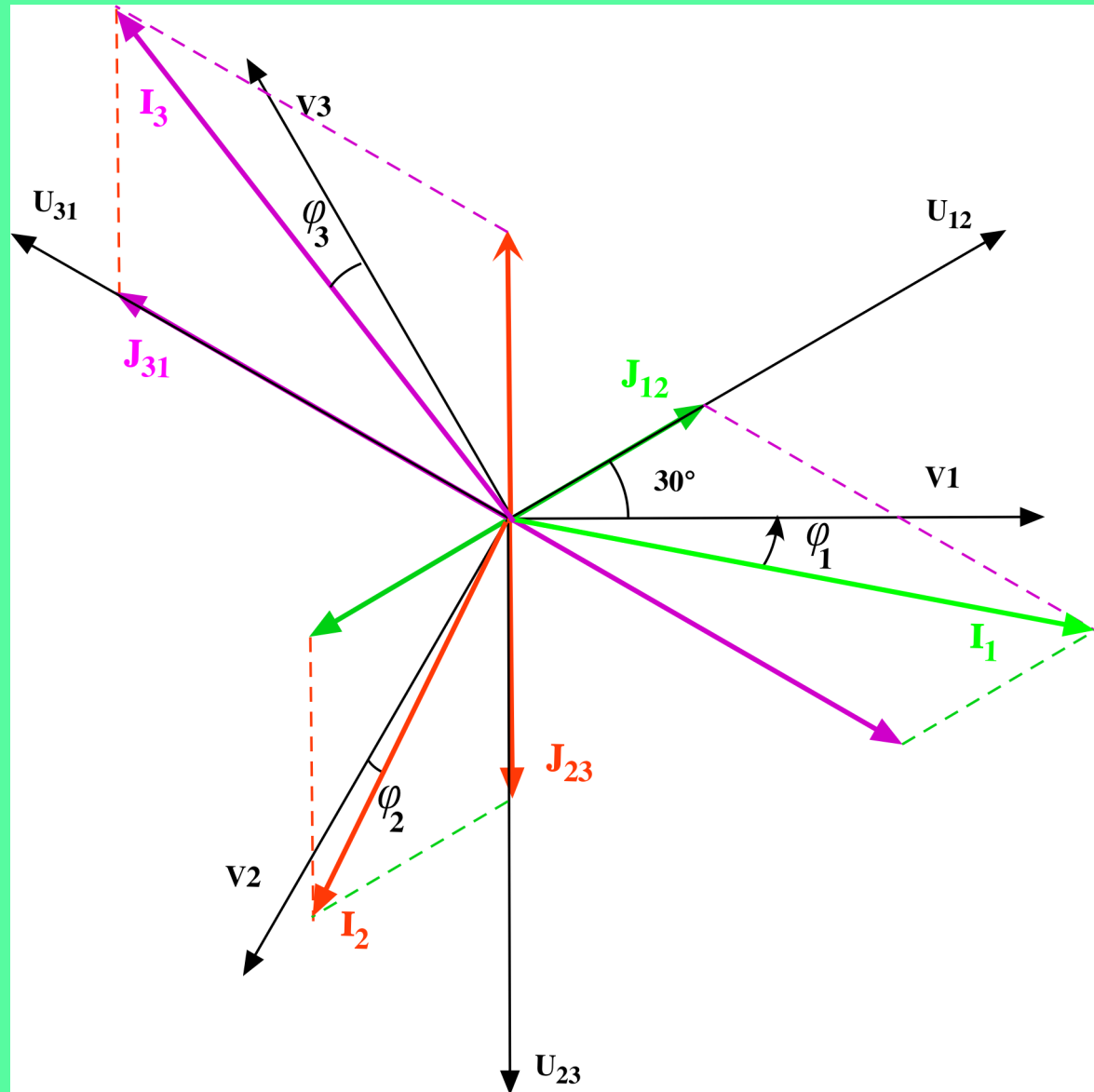
$$\underline{J}_{12} = 2\sqrt{3} + 2j$$

$$\underline{J}_{23} = -5j$$

$$\underline{J}_{31} = -4\sqrt{3} + 4j$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \underline{I}_1 = 6\sqrt{3} - 2j \\ \underline{I}_2 = -2\sqrt{3} - 7j \\ \underline{I}_3 = -4\sqrt{3} + 9j \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \underline{I}_1 = 10,58 \exp(-j10,89^\circ) \\ \underline{I}_2 = 7,81 \exp(j243,67^\circ) \\ \underline{I}_3 = 11,36 \exp(j127,6^\circ) \end{cases}$$



Exercice 7

On vérifie pour finir l'absence de réactif dans ce schéma, en calculant :

$$\sum I_j \sin \varphi_j = 10,58 \sin(10,89^\circ) + 7,81 \sin(-3,7^\circ) + 11,36 \sin(-7,6^\circ) = -0,0076$$

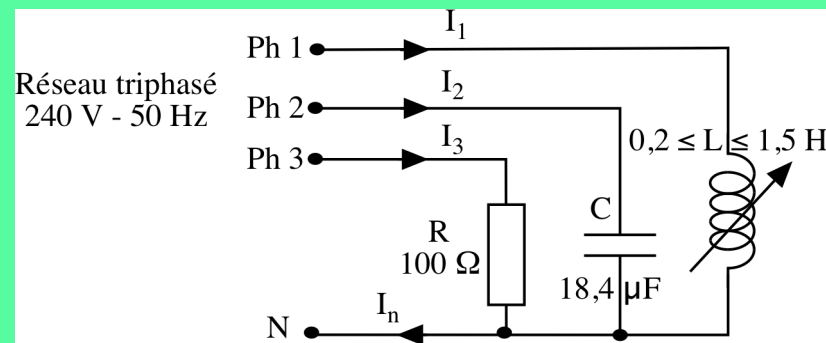
Valeur très satisfaisante, le résidu étant du aux erreurs d'arrondis.

Exercice 8

On considère le montage suivant :

1° - Pour les deux valeurs extrêmes de L , caractériser (module et phase) les trois courants de ligne et le courant de neutre en vous aidant d'un diagramme de Fresnel complet et à l'échelle.

2° - En déduire qu'il existe une valeur de L , que l'on précisera, pour laquelle on peut déconnecter le fil de neutre sans rien changer aux tensions et courants.



Exercice 8

1° Si L minimum = 0,2 H :

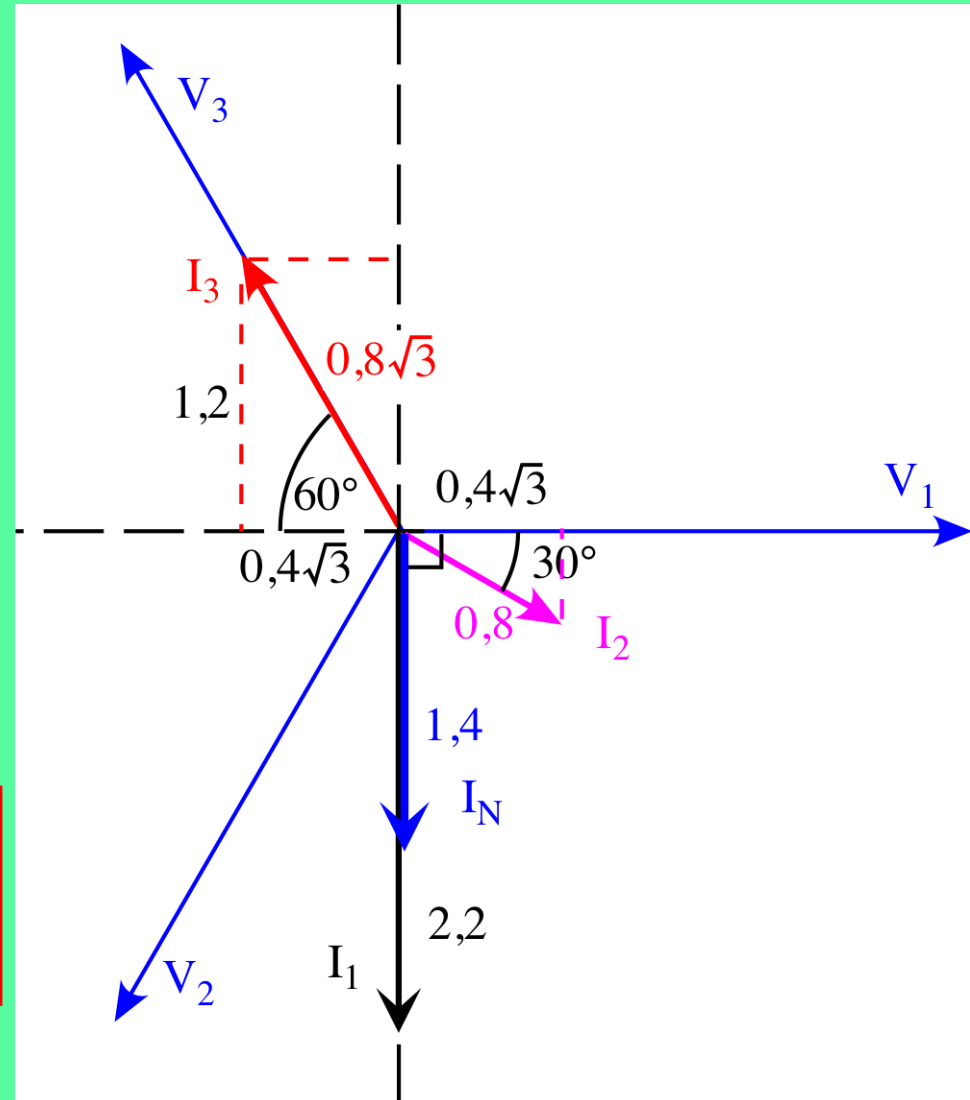
$$I_1 = \frac{240}{\sqrt{3} \times 0,2 \times 100\pi} = 2,2 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{240}{\sqrt{3}} \times 18,4 \cdot 10^{-6} \times 100\pi = 0,8 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{240}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{100} = 0,8\sqrt{3} \text{ A}$$

On constate que les projections horizontales de I_2 et I_3 s'annulent donc I_N sera toujours vertical.

$$\begin{aligned} I_N &= \text{proj vert}(I_3) - I_1 - \text{proj vert}(I_2) \\ &= 0,8\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2,2 - 0,4 = -1,4 \text{ A} \end{aligned}$$



Exercice 8

1° Si L maximum = 1,5 H :

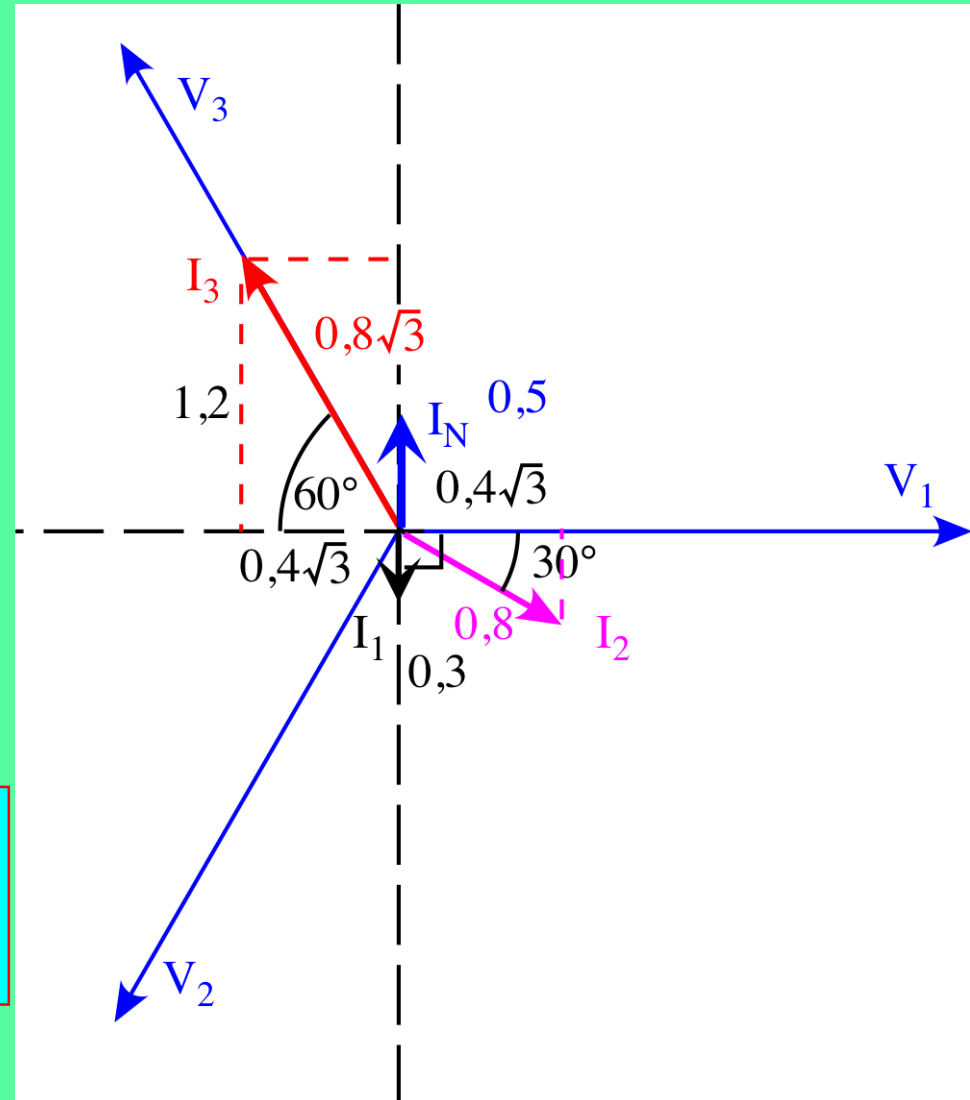
$$I_1 = \frac{240}{\sqrt{3} \times 1,5 \times 100 \pi} = 0,294 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{240}{\sqrt{3}} \times 18,4 \cdot 10^{-6} \times 100 \pi = 0,8 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{240}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{100} = 0,8\sqrt{3} \text{ A}$$

I_N est toujours vertical mais il a changé de sens.

$$\begin{aligned} I_N &= \text{proj vert}(I_3) - I_1 - \text{proj vert}(I_2) \\ &= 0,8\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 0,294 - 0,4 = 0,506 \text{ A} \end{aligned}$$



Exercice 8

2° Le fait que I_N ait changé de sens entre les deux valeurs extrêmes de L , indique qu'il existe une valeur de L telle que $I_N = 0$. On aura donc :

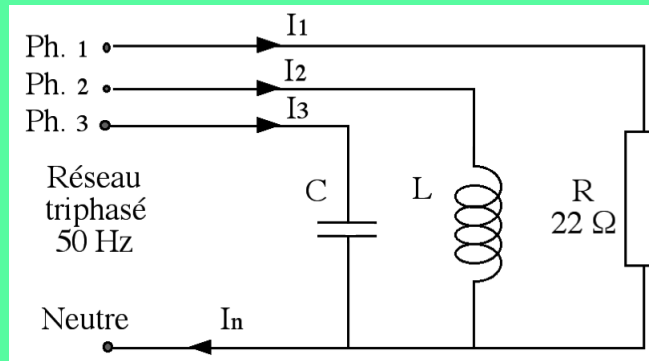
$$I_N = \text{proj vert}(I_3) - I_1 - \text{proj vert}(I_2) = 0$$
$$\Rightarrow I_1 = 1,2 - 0,4 = 0,8 \text{ A}$$

D'où :

$$L = \frac{240}{\sqrt{3} \times 0,8 \times 100\pi} = \frac{\sqrt{3}}{\pi} = 0,551 \text{ H}$$

Exercice 9

Pour le montage ci-dessous, déterminer les valeurs de L et C telles que $I_n = 0$.
Illustrer l'étude par un diagramme de Fresnel.



Exercice 9

Dans le cas général, le diagramme des courant se présente sous la forme suivante :

(on ne connaît que les directions par rapport aux 3 tensions simples)

On souhaite obtenir :

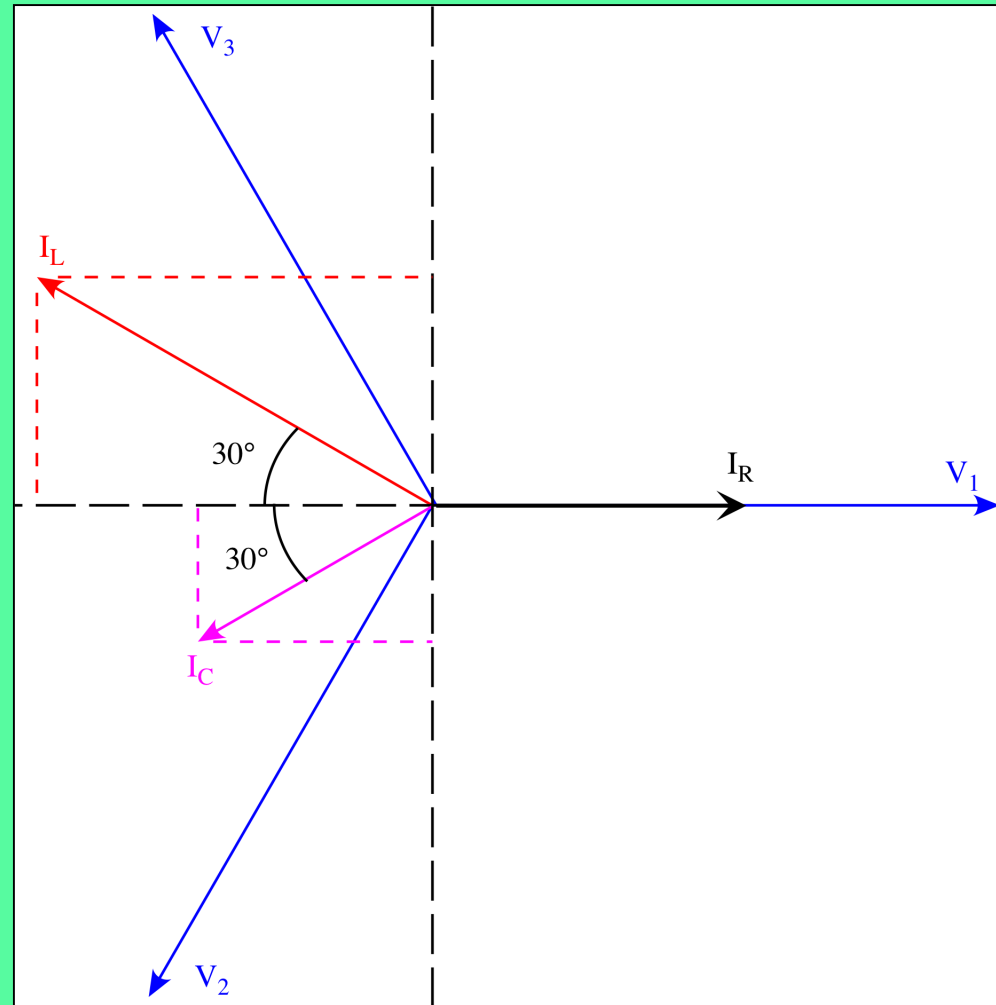
$$\vec{I}_R + \vec{I}_L + \vec{I}_C = \vec{I}_N = \vec{0}$$

Une projection horizontale donne :

$$I_R - (I_L + I_C) \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

Une projection verticale donne :

$$(I_L - I_C) \frac{1}{2} = 0$$



Exercice 9

Il vient

$$I_L = I_C = \frac{I_R}{\sqrt{3}}$$

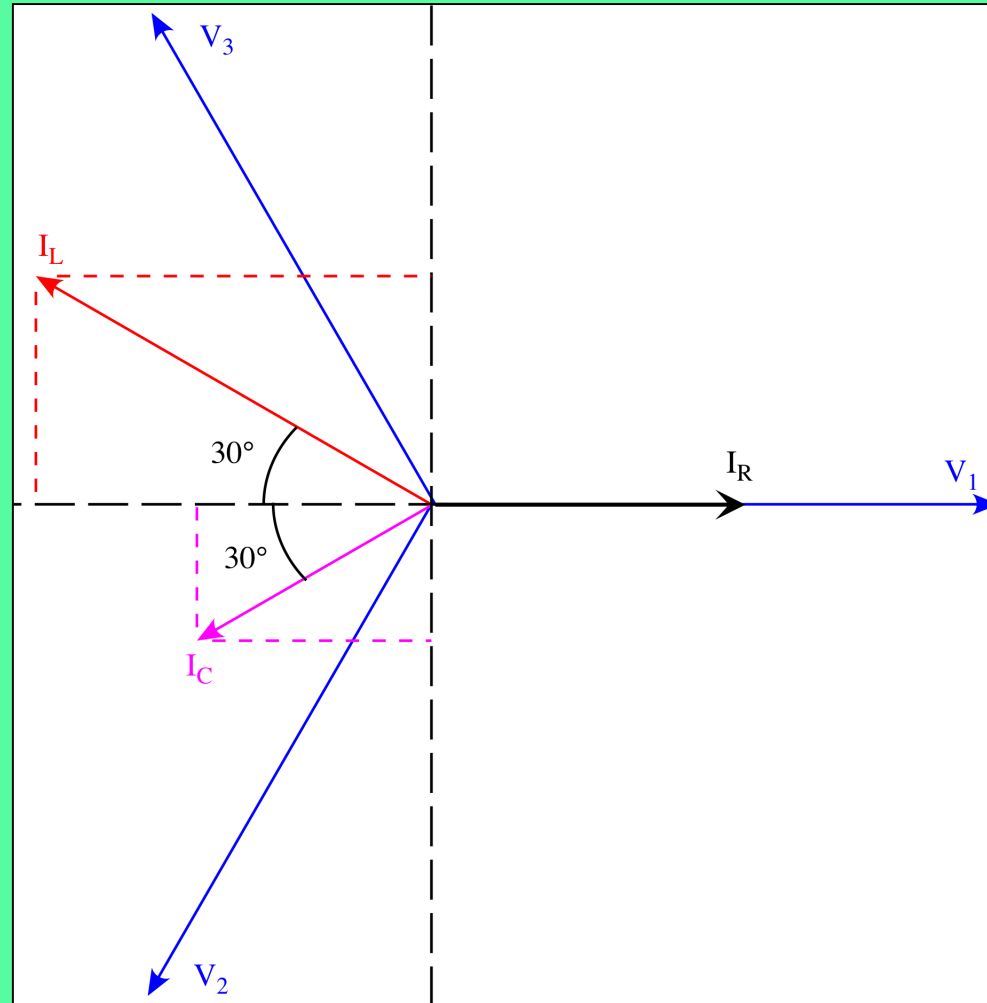
D'où :

$$\frac{V}{L\omega} = VC\omega = \frac{V}{22\sqrt{3}}$$

AN : avec $\omega = 100 \pi$

$$L = \frac{22\sqrt{3}}{100\pi} = 121,3 \text{ mH}$$

$$C = \frac{1}{100\pi \times 22\sqrt{3}} = 83,53 \text{ } \mu\text{F}$$



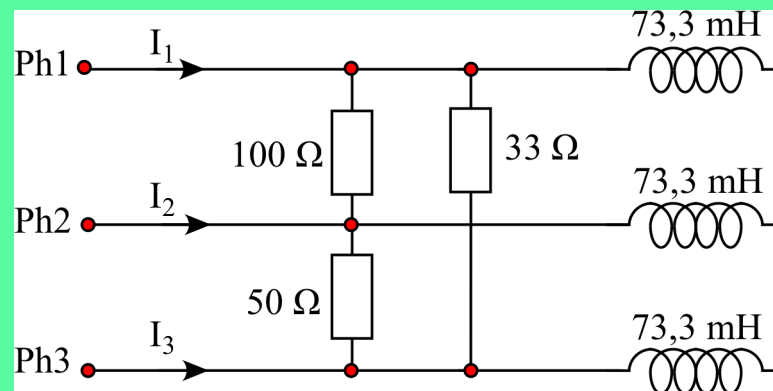
Exercice 10

Soit le schéma ci-dessous alimenté par un réseau 400 V - 50 Hz :

1° - En partant des modèles complexes des tensions simples et composées (prendre U_{12} comme référence de phase), écrire ceux des courants dans les résistances et les inductances. En déduire alors les modèles des courants de ligne I_1 , I_2 et I_3 et préciser leur valeur efficace et les déphasages φ_j des tensions simples par rapport à eux.

2° - Construire le diagramme vectoriel général des tensions et courants.

3° - Déterminer la puissance active absorbée par un calcul direct et vérifier que $P = V \sum_j I_j \cos \varphi_j$



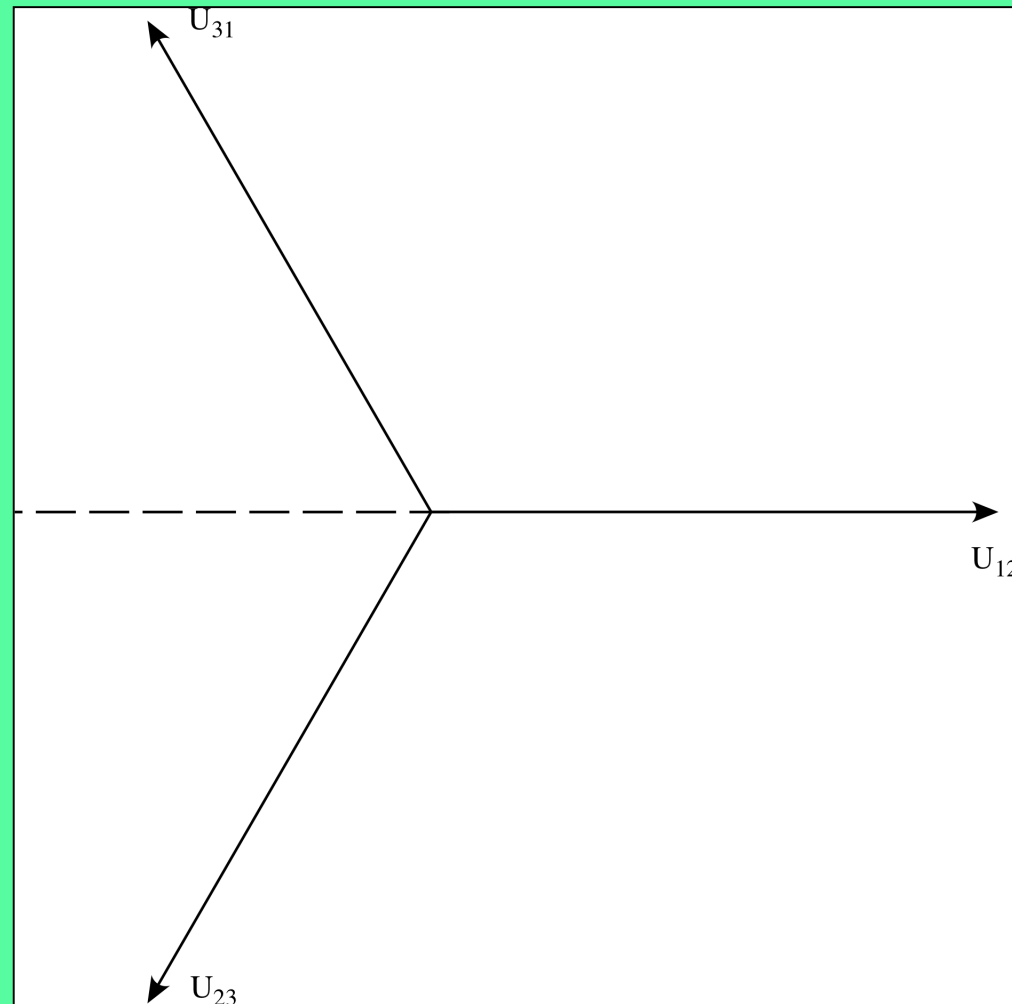
Exercice 10

Avec U_{12} prise en référence de phase, les modèles complexes des tensions composées s'écrivent :

$$\underline{U}_{12} = U$$

$$\underline{U}_{23} = U \exp\left(-j \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\underline{U}_{31} = U \exp\left(j \frac{2\pi}{3}\right)$$



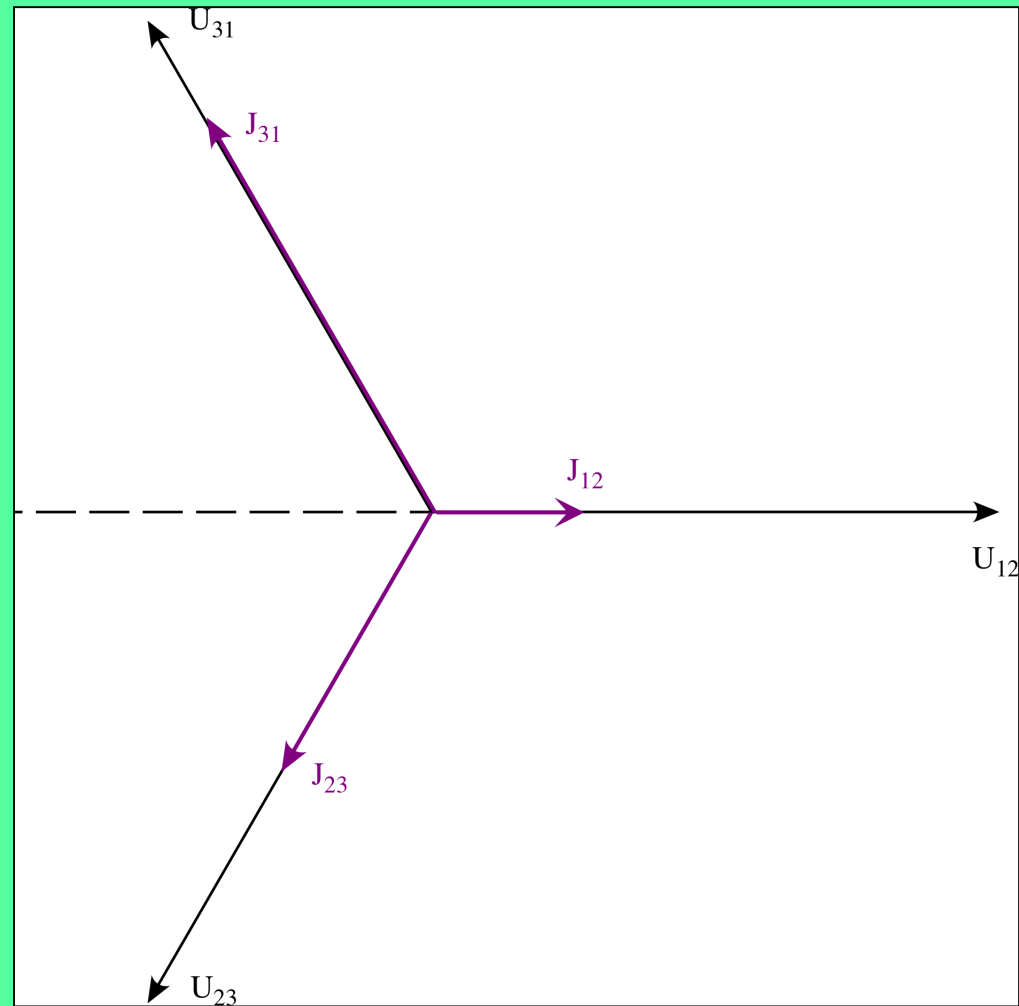
Exercice 10

Résistances en triangle, les J sont en phase avec les U :

$$\underline{J}_{12} = \frac{U}{100} = 4$$

$$\underline{J}_{23} = \frac{U}{50} \exp\left(-j\frac{2\pi}{3}\right) = 8 \exp\left(-j\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\underline{J}_{31} = \frac{3U}{100} \exp\left(j\frac{2\pi}{3}\right) = 12 \exp\left(j\frac{2\pi}{3}\right)$$



Exercice 10

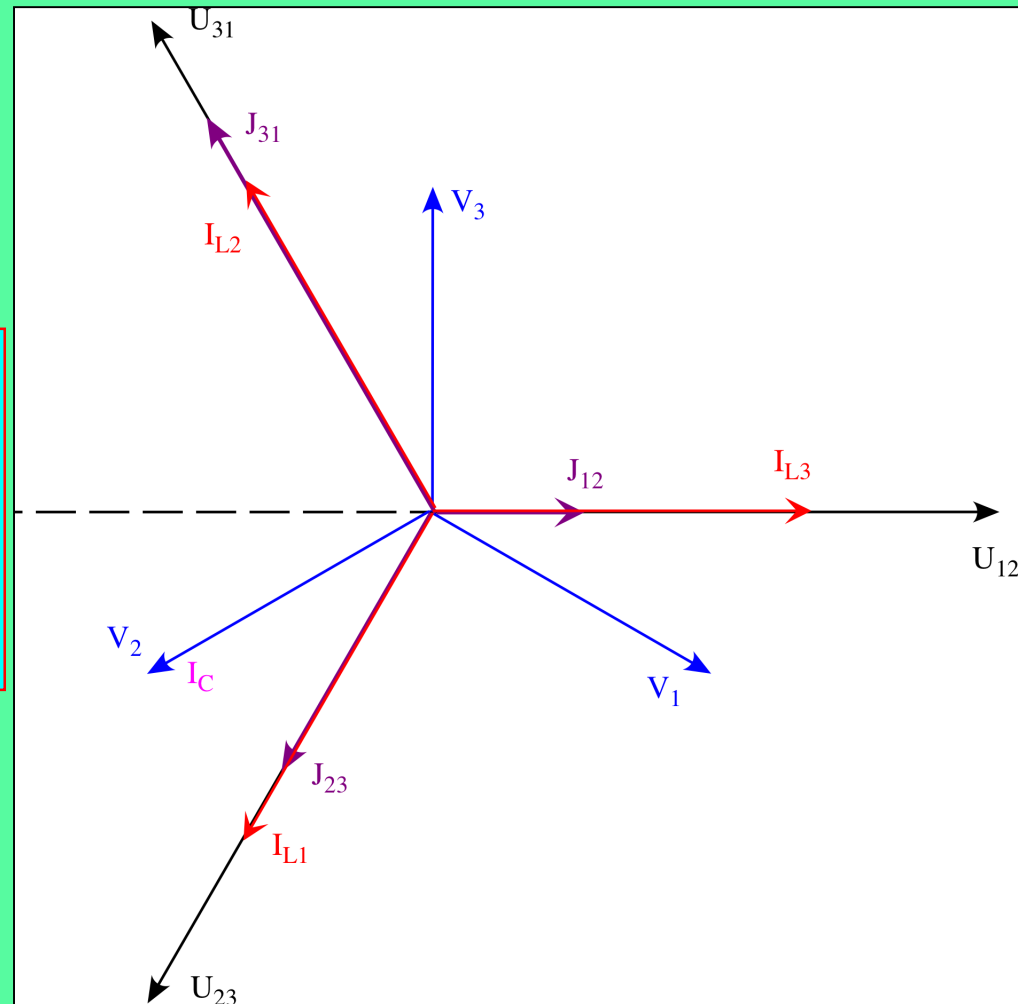
Les tensions simples V sont en retard de 30° sur les U .

Les courants dans les inductances sont en **retard de $\pi/2$ sur les V** :

$$\underline{I_{L1}} = \frac{U}{\sqrt{3}L\omega} \exp\left(-j\frac{2\pi}{3}\right) = 10 \exp\left(-j\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\underline{I_{L2}} = 10 \exp\left(j\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\underline{I_{L3}} = 10$$



Exercice 10

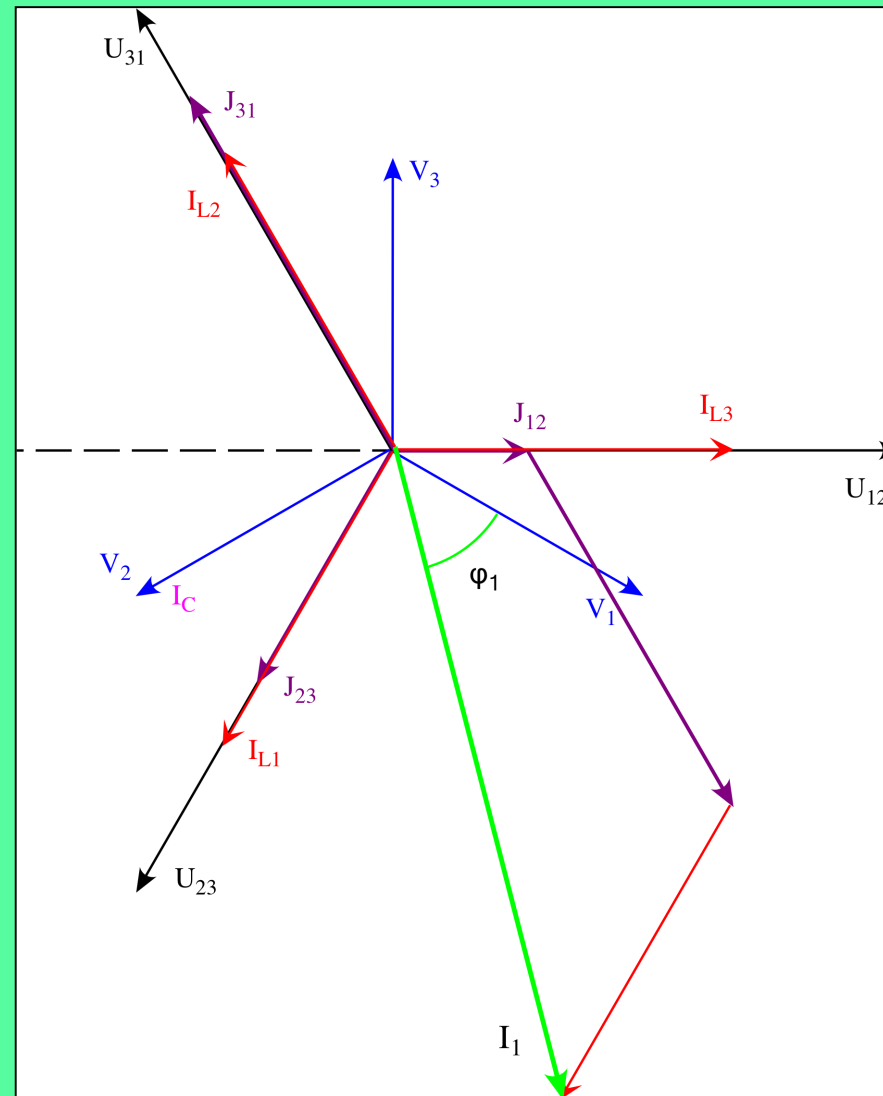
La loi des nœuds donne
l'expression du courant I_1

$$\underline{I}_1 = \underline{J}_{12} + \underline{I}_{L1} - \underline{J}_{31}$$

AN :

$$\underline{I}_1 = 5 - j 11\sqrt{3} = 19,7 \exp(-j 75,3^\circ)$$

D'où $\varphi_1 = 45,3^\circ$



Exercice 10

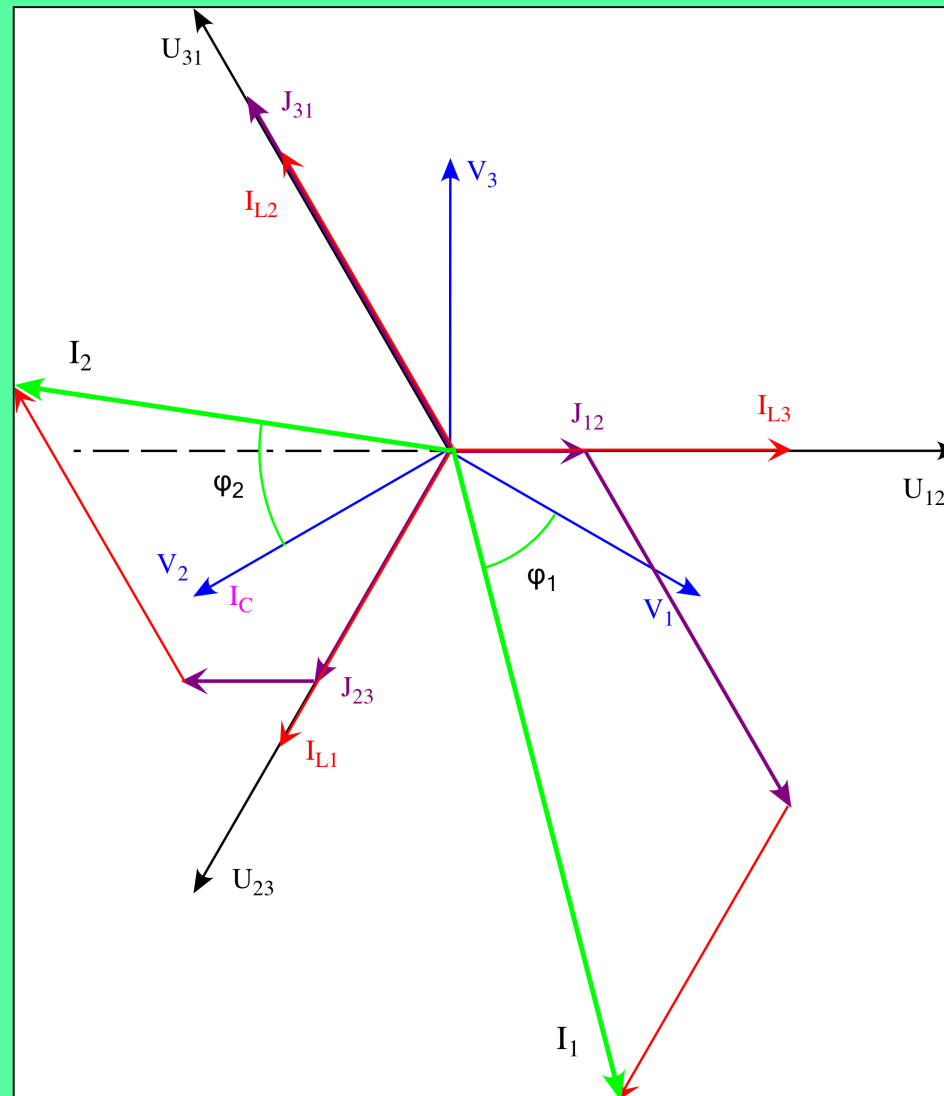
La loi des nœuds donne
l'expression du courant I_2

$$\underline{I_2} = \underline{J_{23}} + \underline{I_{L2}} - \underline{J_{12}}$$

AN :

$$\underline{I_2} = -13 + j\sqrt{3} = 13,1 \exp(j172,4^\circ)$$

D'où $\varphi_2 = 37,6^\circ$



Exercice 10

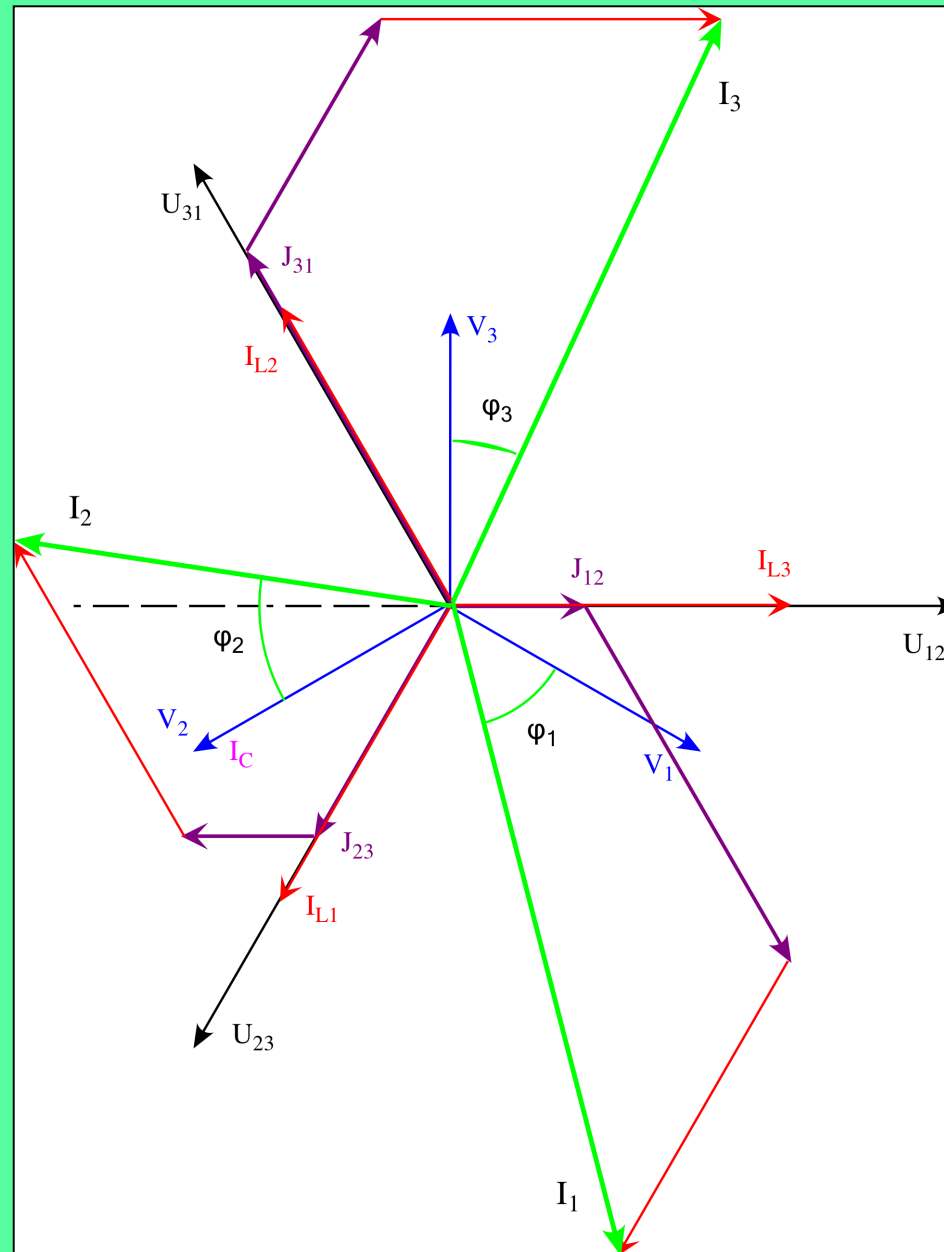
La loi des nœuds donne
l'expression du courant I_3

$$\underline{I_3} = \underline{J_{31}} + \underline{I_{L3}} - \underline{J_{23}}$$

AN :

$$\underline{I_3} = 8 + j10\sqrt{3} = 19,1 \exp(j65,2^\circ)$$

$$D'où \varphi_3 = 24,8^\circ$$



Exercice 10

La puissance active est dissipée dans les 3 résistances qui sont soumises à la tension U. Elle se calcule donc directement par :

$$P = U^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \quad \text{AN :} \quad P = 400^2 \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{50} + \frac{3}{100} \right) = 9600 \text{ W}$$

Par ailleurs, la puissance active est la somme des puissances actives dans les 3 phases :

$$P = V \sum_j I_j \cos \varphi_j$$

$$P = \frac{400}{\sqrt{3}} [19,7 \cos(45,3^\circ) + 13,1 \cos(37,6^\circ) + 19,1 \cos(24,8^\circ)]$$
$$P = 9601,2 \text{ W}$$

Aux erreurs d'arrondis près, le résultat est le même; ce qui peut valider la détermination des courants.

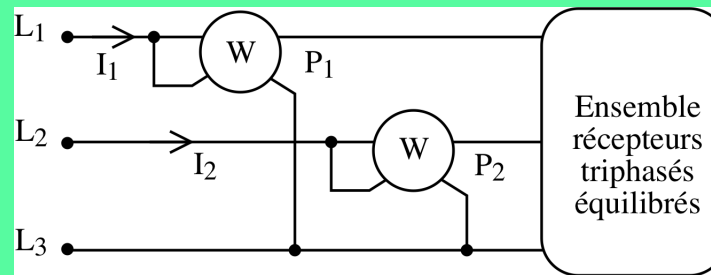
Exercice 5

Dans le schéma ci-dessous, le réseau est de 400 V - 50 Hz et l'ensemble des récepteurs comporte :

- Un four constitué principalement de 3 résistances de $15\ \Omega$ connectées en triangle;
- un moteur de 15 kW ayant un rendement de 92 % pour un facteur de puissance de 0,9;
- un ensemble de 64 luminaires de 116 W chacun avec un facteur de puissance de 0,88;
- un «système» plus complexe de données non précisées.

La méthode des 2 Wattmètres donne :

$$P_1 = 45\ 774\ \text{W} \text{ et } P_2 = 34\ 226\ \text{W}.$$



- 1° - Calculer les puissances actives et réactives consommées par le «système».
- 2° - Déterminer le courant de ligne et le facteur de puissance de l'ensemble.
- 3° - Cette installation est alimentée par un câble triphasé de 100 m de longueur et de sections $3 \times 35\ \text{mm}^2$ en cuivre ($\rho = 22\ \text{n}\Omega\cdot\text{m}$, réactance linéique $0,08\ \Omega/\text{km}$). Déterminer la tension réseau nécessaire au départ pour garantir les 400 V aux bornes de l'installation (assimiler le câble à un récepteur triphasé 3 fois R-X série parcouru par le courant de ligne).
- 4° - Préciser la nouvelle valeur du facteur de puissance de l'installation si le four n'est pas utilisé (câble non compris avec $U \approx 400\ \text{V}$). Donner dans ce cas, la capacité des 3 condensateurs à connecter en triangle pour le ramener à l'unité.

Exercice 5

1° L'étude des consommations de chaque récepteur permet d'établir le tableau suivant, afin d'utiliser le **théorème de Boucherot**.

La méthode des 2 Wattmètres permet la détermination des totaux P et Q :

Récepteurs	P (W)	Q (Var)
Four	32 000	0
Moteur	16 304	7 897
Luminaire	7 424	4 007
Système	P _x	Q _x
Totaux	80 000	20 002

$$P = P_1 + P_2 = 80\,000\text{ W}$$

$$Q = \sqrt{3}(P_1 - P_2) = 20\,002\text{ VAR}$$

Rappel des expressions usuelles :

$$Q = P \tan \varphi$$

$$P_{abs} = \frac{P_u}{\eta}$$

$$I = \frac{S}{U\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{U\sqrt{3}}$$

$$\tan \varphi = \frac{Q}{P} \Rightarrow \cos \varphi$$

Par différence, on obtient : $P_x = 24\,272\text{ W}$ et $Q_x = 8\,098\text{ VAR}$

Exercice 5

2° Le courant total consommé est alors :

$$I = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{U\sqrt{3}}$$

Soit : $I = 119 \text{ A}$

Le déphasage est donné lui par : $\tan \varphi = \frac{Q}{P}$

Soit : $\varphi = 14,04^\circ \Rightarrow f_p = \cos \varphi = 0,97$

Exercice 5

2° Le courant total consommé est alors : $I = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{U\sqrt{3}}$ Soit : $I = 119 \text{ A}$

Le déphasage est donné lui par : $\tan \varphi = \frac{Q}{P}$ Soit : $\varphi = 14,04^\circ \Rightarrow f_p = \cos \varphi = 0,97$

3° La résistance du câble est : $R = \rho \frac{l}{s}$ Soit : $R = 0,022 \times \frac{100}{35} = 62,9 \text{ m}\Omega$

Le câble consomme donc une puissance active : $P_C = 3RI^2 = 2\,671,5 \text{ W}$

La réactance du câble est : $X = \lambda l$ Soit : $X = 0,08 \times 0,1 = 8 \text{ m}\Omega$

Le câble consomme donc une puissance réactive : $Q_C = 3XI^2 = 340 \text{ VAR}$

Exercice 5

3° (Suite) : Le générateur doit fournir

$$P_G = P + P_C = 82\,671,5 \text{ W}$$

$$Q_G = Q + Q_C = 20\,342 \text{ VAr}$$

D'où la tension générateur :

$$U_G = \frac{\sqrt{P_G^2 + Q_G^2}}{I\sqrt{3}}$$

Soit : $U_G = 413 \text{ V}$

Exercice 5

3° (Suite) : Le générateur doit fournir

$$P_G = P + P_C = 82\,671,5 \text{ W}$$

$$Q_G = Q + Q_C = 20\,342 \text{ VAr}$$

D'où la tension générateur :

$$U_G = \frac{\sqrt{P_G^2 + Q_G^2}}{I\sqrt{3}}$$

Soit : $U_G = 413 \text{ V}$

4° Sans le four :

$$P = 80\,000 - 32\,000 = 48\,000 \text{ W}$$

$$Q = 20\,002 \text{ VAr}$$

Soit : $\tan \varphi = \frac{Q}{P} = 0,4167 \Rightarrow \cos \varphi = 0,923$

$$Q_{Cond} = Q = 3 C \omega U^2$$

Soit : $C = 132,6 \text{ } \mu\text{F}$

Exercice 6

L'ensemble ci-contre est alimenté par un réseau triphasé 440 V - 60 Hz.

On donne $R = 18 \, \Omega$; $R_0 = 22 \, \Omega$; $L = 82,7 \, \text{mH}$ et $C = 85 \, \mu\text{F}$.

1° - Calculer les valeurs efficaces et construire le diagramme de Fresnel des 5 courants :

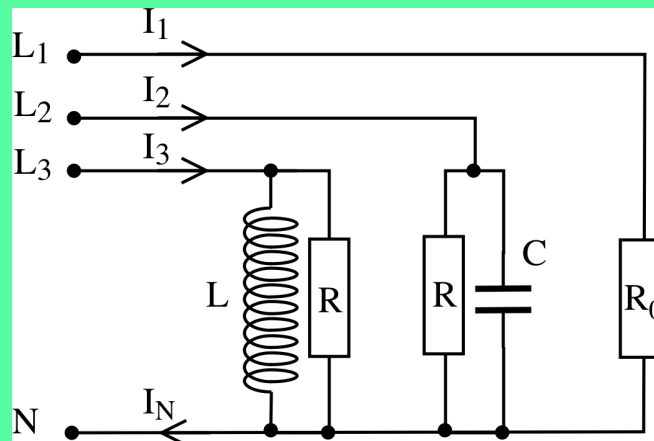
$$I_1, I_{R2}, I_{R3}, I_L \text{ et } I_C$$

faire figurer les 3 tensions simples V_i et prendre V_1 comme origine des phases.

En déduire les valeurs efficaces des 3 courants de lignes I_i ainsi que les déphasages de V_i par rapport à I_i .

2° - Donner la valeur efficace du courant de neutre I_N et déterminer la valeur de R qui permet de l'annuler.

3° - Pour la valeur de R trouvée à la question précédente, donner la valeur efficace du courant de neutre I_N , si L et C sont permutées.



Exercice 6

1° - Les 5 courants se calculent simplement sous la forme :

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{U}{\sqrt{3} Z}$$

$$I_1 = \frac{V}{R_0} = \frac{440}{22\sqrt{3}} = 11,55 \text{ A}$$

$$I_{R1} = I_{R2} = \frac{V}{R} = \frac{440}{18\sqrt{3}} = 14,11 \text{ A}$$

$$I_L = \frac{V}{L\omega} = 8,14 \text{ A}$$

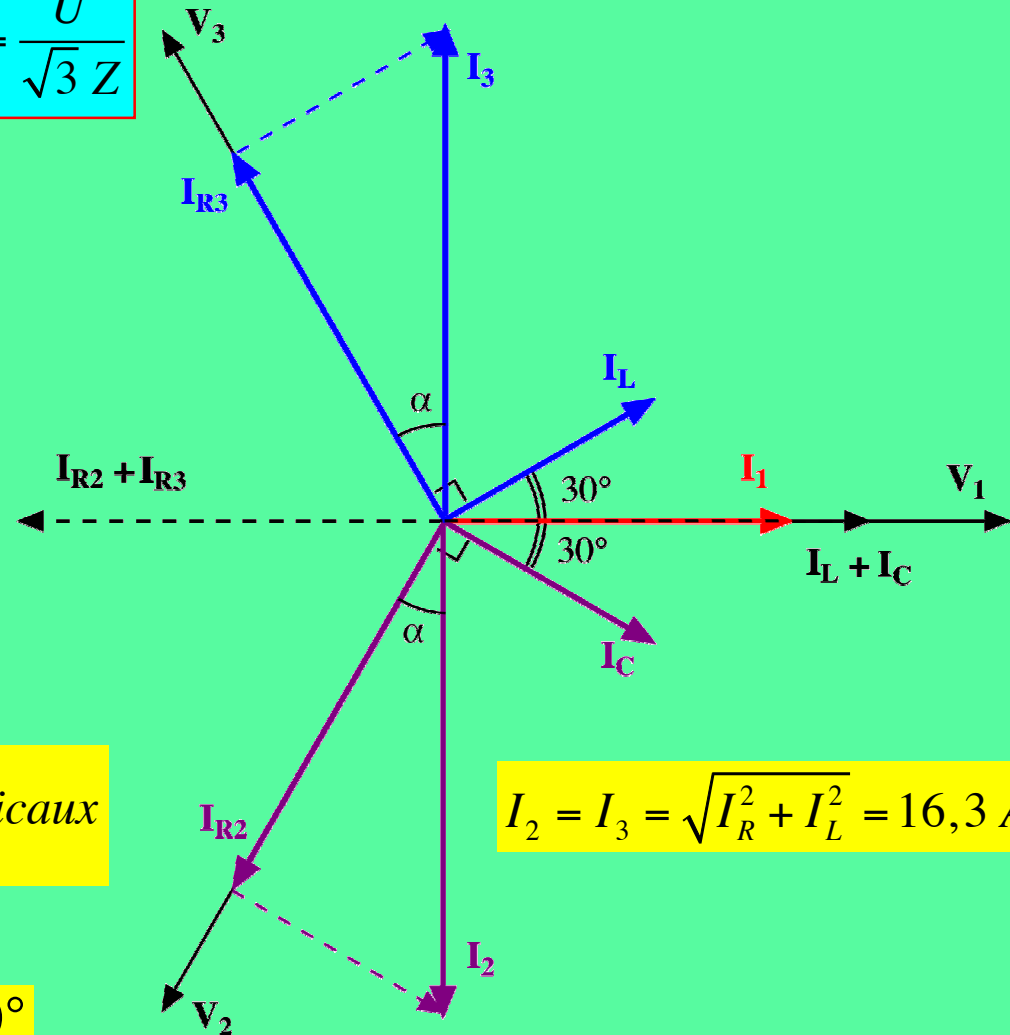
$$I_C = VC\omega = 8,14 \text{ A}$$

On note que :

$$\tan \alpha = \frac{I_L}{I_R} \Rightarrow \alpha = 30^\circ \Rightarrow I_2 \text{ et } I_3 \text{ verticaux}$$

D'où les déphasages :

$$\varphi_1 = 0 \ ; \ \varphi_2 = -30^\circ \ ; \ \varphi_3 = 30^\circ$$



$$I_2 = I_3 = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = 16,3 \text{ A}$$

Exercice 6

2° - On a : $\vec{I}_N = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3$

Les valeurs du schémas donnent ici : $\vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \vec{0} \Rightarrow I_N = I_1 = 11,55 \text{ A}$

Le diagramme précédent montre, compte tenu des angles particuliers, que les vecteurs :

$\vec{I}_{R2} + \vec{I}_{R3}$ et $\vec{I}_L + \vec{I}_C$ sont selon V_1 avec $\|\vec{I}_{R2} + \vec{I}_{R3}\| = I_R$ et $\|\vec{I}_L + \vec{I}_C\| = I_L \sqrt{3}$

D'où : $\vec{I}_N = \vec{I}_1 + \vec{I}_{R2} + \vec{I}_{R3} + \vec{I}_L + \vec{I}_C \Rightarrow I_N = I_1 - I_R + I_L \sqrt{3}$

Il vient que pour avoir $I_N = 0$, il faut : $I_R = I_1 + I_L \sqrt{3}$

Soit : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_0} + \frac{\sqrt{3}}{L\omega} \Rightarrow R = 9,9 \Omega$

Exercice 6

3° - Si l'on permute L et C, la somme $\overrightarrow{I_L} + \overrightarrow{I_C}$ change de sens et I_N de même.
Il devient :

$$I_N = I_1 - I_R - I_L \sqrt{3}$$

Soit : $I_N = -28,2 \text{ A}$