Exercice 1

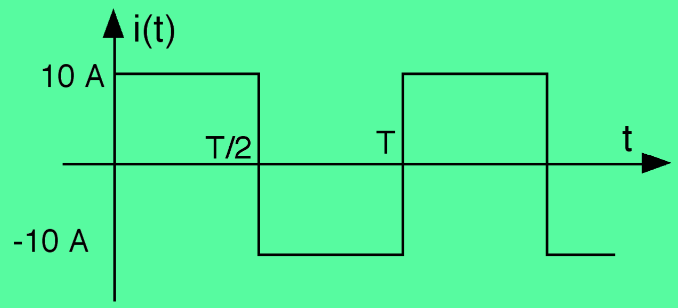
Puissance et harmoniques

Soit un système alimenté par une tension sinusoïdale $v(t) = \hat{V}.\sin\omega t$

et absorbant un courant perturbé que l'on peut écrire : $\boxed{i(t) = \overline{I} + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{I}_n.\sin(n\omega t - \varphi_n)}$

1° - Montrer que la puissance active est entièrement "transportée" par le fondamental. On rappelle que la puissance active peut s'écrire : $\boxed{P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T v(t).i(t)dt}$

2° - Le courant a la forme d'onde ci-contre, mettre i(t) sous la forme précisée ci-dessus.



3° - Pour une tension efficace V = 230 V, calculer la puissance apparente S absorbée et en déduire la puissance déformante. On admettra que la puissance réactive est alors donnée par :

$$\boxed{Q = V.I_1 \sin\varphi_1}$$

Exercice 1

1° - La puissance active s'écrit :

$$\boxed{P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T v(t).i(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T \left(\hat{V}\sin\omega t\right)\left(\overline{I} + \sum_{n=1}^{\infty}\hat{I}_n.\sin\left(n\omega t - \varphi_n\right)\right)dt}$$

On pose alors : $\theta = \omega t \Rightarrow d\theta = \omega dt \;\; et \;\; T = 2\pi$

D'où : $$\boxed{P = \frac{1}{2\pi}\left[\int_0^{2\pi}\hat{V}\,\overline{I}\sin\theta\, d\theta + \sum_{n=1}^{\infty}\hat{V}\,\hat{I}_n\int_0^{2\pi}\sin\theta.\sin\left(n\theta - \varphi_n\right)d\theta\right]}$$

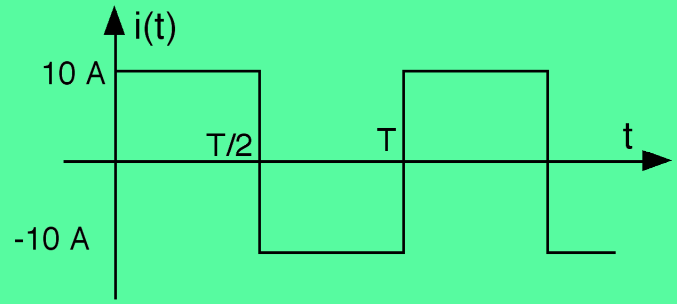
En posant : $$A_n = \sin\theta.\sin\left(n\theta - \varphi_n\right) = \frac{1}{2}\left[\cos\left(\left(n-1\right)\theta - \varphi_n\right) - \cos\left(\left(n+1\right)\theta - \varphi_n\right)\right]$$

On note que tous les A_n donnent une valeur moyenne nulle sur $[0,2\pi]$ sauf pour n = 1. Il reste alors pour P : $$\boxed{P = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\hat{V}\,\hat{I}_1\frac{\cos\varphi_1}{2}d\theta = \hat{V}\,\hat{I}_1\frac{\cos\varphi_1}{2} = V\,I_1\cos\varphi_1}$$

On constate bien que P ne dépend que de la tension et du **fondamental du courant**.

Exercice 1

2° - Décomposition en série de Fourier du signal :



La fonction est **impaire** donc sa décomposition ne comporte que des sinus; de plus la **symétrie** du graphe par rapport au **point T/2** de l'axe permet d'écrire :

$$\hat{I}_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} i(\theta)\sin(n\theta)\,d\theta = \frac{2\hat{I}}{\pi}\left[\frac{-\cos n\theta}{n}\right]_0^{\pi} = \frac{2\hat{I}}{n\pi}(1-\cos n\pi)$$

On note que les I_n d'indice paire donnent un résultat nul.

Il n'y a donc que des **harmoniques impairs** d'amplitude : $\hat{I}_{2p+1} = \dfrac{4\hat{I}}{\pi(2p+1)}$

D'où l'expression de i(t) :

$$i(t) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{4\hat{I}}{\pi(2p+1)}\sin((2p+1)\omega t) = \frac{40}{\pi}\sin\omega t + \frac{40}{3\pi}\sin 3\omega t + \frac{40}{5\pi}\sin 5\omega t + ...$$

Exercice 1

3° - La puissance apparente est **S = V.I** avec **Ieff = Î = 10 A** pour le i(t) étudié.
Soit numériquement : **S = 2300 VA**

Les harmoniques de i(t) ne présentent pas de déphasage par rapport à v(t) : $\varphi_{2p+1} = 0$

D'où : $$\boxed{P = 230 \times \frac{40}{\pi\sqrt{2}} = 2071\ W \quad et \quad Q = 0}$$

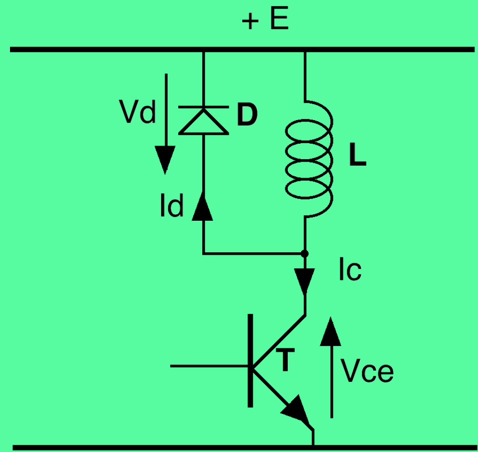
Il vient : $$\boxed{D = \sqrt{S^2 - P^2} = 1001\ VAd}$$

Exercice 2

Pertes dans un composant électronique

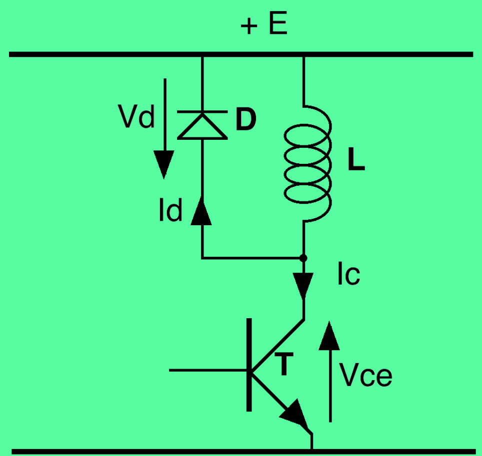
On considère le schéma de hacheur suivant pour lequel on donne :

- pour la diode D : r_d = 0,02 Ωet V_o = 0,8 V
- pour le transistor T : V_{ce} = 1,8 V pour I_c = 30 A
- fréquence f = 1000 Hz avec ton / T = 0,5
- E = 100 V
- I_L = constante = 30 A
- les formes d'onde ci-après .

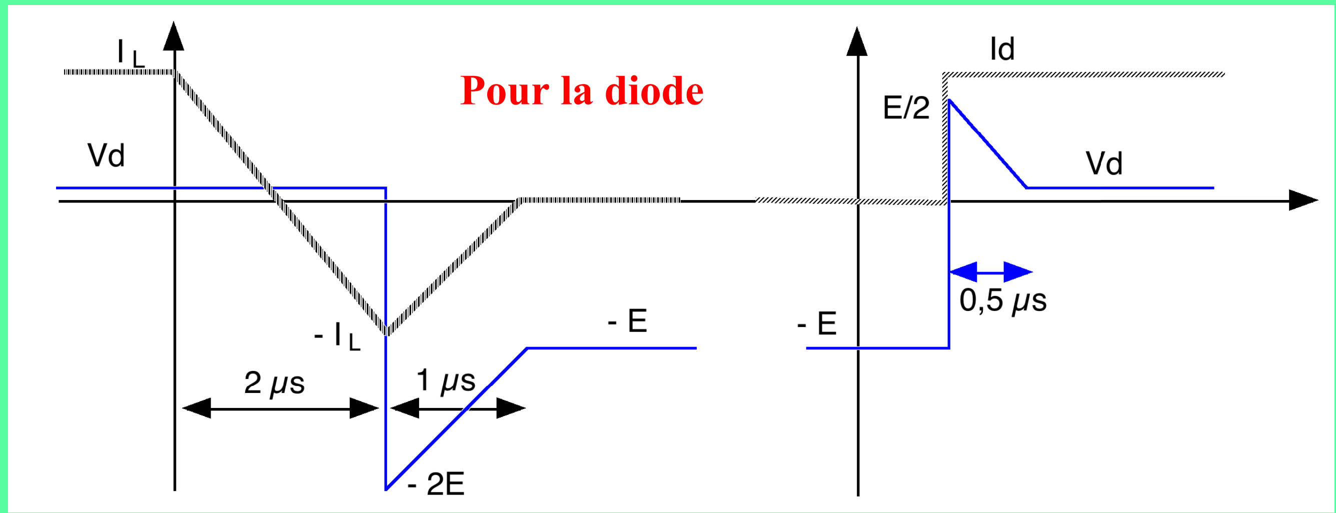


On demande de calculer les pertes totales dans les deux composants.

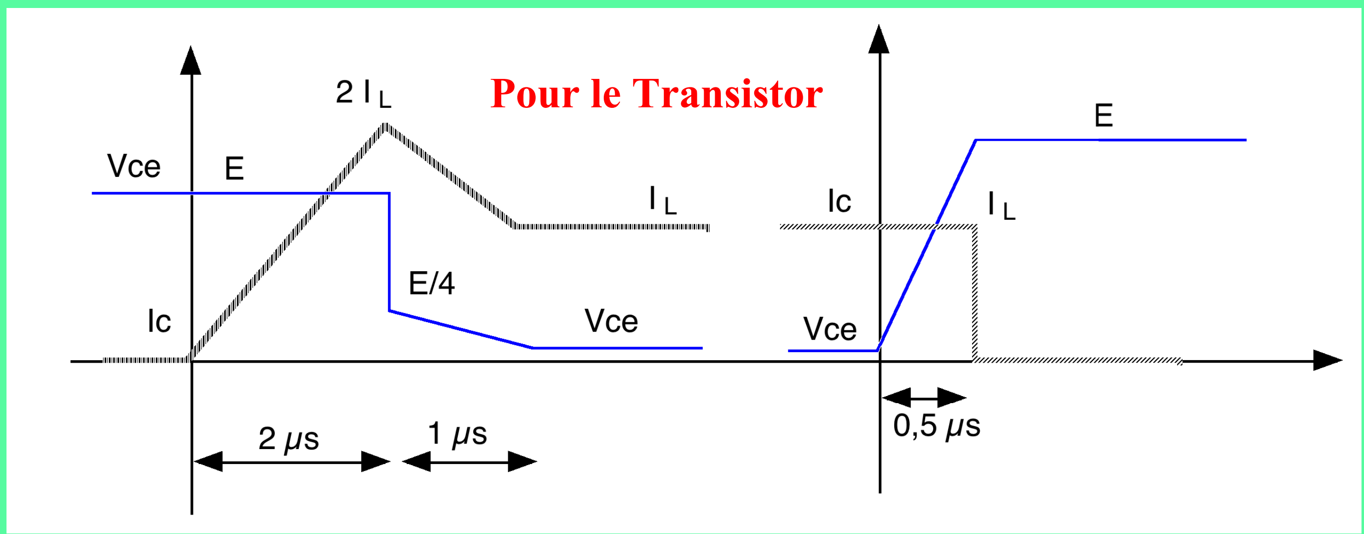
Exercice 2



+ E
Vd
D
L
Id
Ic
T
Vce



Pour la diode
I L
Vd
- I L
2 μs
1 μs
- E
- 2E
Id
E/2
Vd
0,5 μs
- E



Pour le Transistor
2 I L
Vce
E
I L
E/4
Vce
Ic
2 μs
1 μs
E
Ic
I L
Vce
0,5 μs

Exercice 2

Pertes en conduction

Pertes en conduction dans le Transistor : $$\boxed{P_{Cond} = V_{CE}\, I_C \frac{t_{ON}}{T} = 1{,}8 \times 30 \times \frac{1}{2} = 27\ W}$$

Pertes en conduction dans la Diode :

$$\boxed{P_{Cond} = V_0\, \overline{I}_D + r_d\, I_D^2 = 0{,}8 \times 15 + 0{,}02 \times \left(\frac{30}{\sqrt{2}}\right)^2 = 21\ W}$$

Exercice 2

Pertes en commutation dans la DIODE

Rq : On utilise ici une variable temps en µs; les énergies trouvées seront donc en µJ

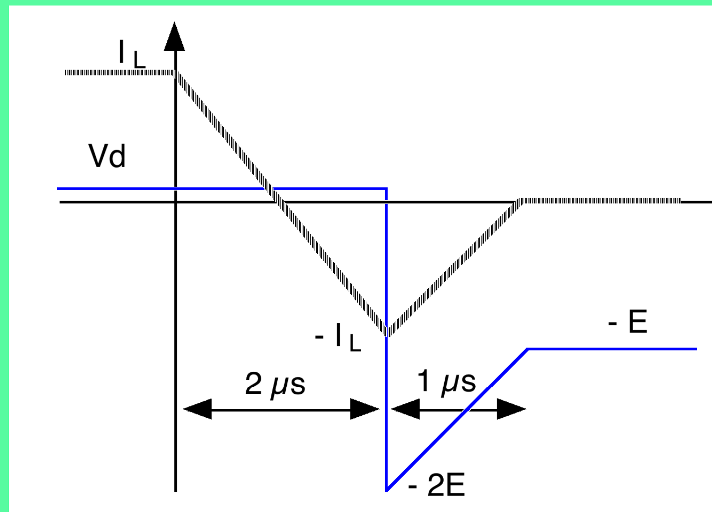
Phase 1 (sur 2 µs)

$$i_D(t) = 30(1-t)$$

$$v_D(t) = 0,8 + 0,02 \times 30(1-t) = 1,4 - 0,6t$$

$$W_{OFF1} = \int_0^2 30(1-t)(1,4-0,6t)\,dt = 12 \;\mu J$$

Commutation OFF



Exercice 2

Pertes en commutation dans la DIODE

Rq : On utilise ici une variable temps en µs; les énergies trouvées seront donc en µJ

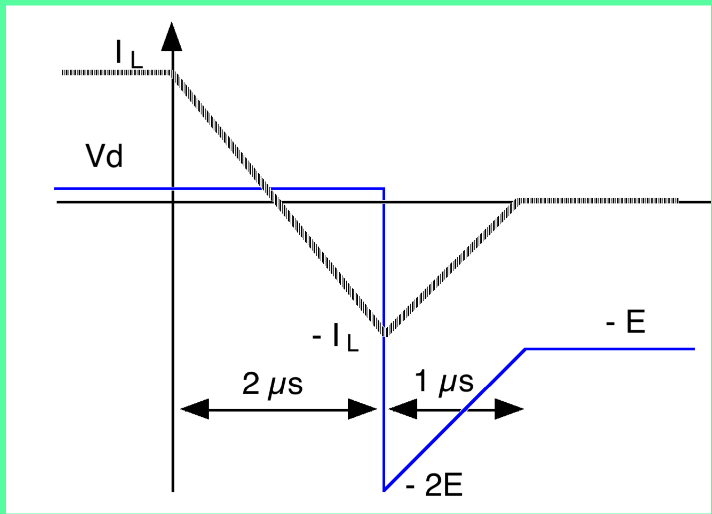
Phase 1 (sur 2 µs)

$$i_D(t) = 30(1-t)$$

$$v_D(t) = 0,8 + 0,02 \times 30(1-t) = 1,4 - 0,6t$$

$$W_{OFF1} = \int_0^2 30(1-t)(1,4-0,6t)\,dt = 12 \;\; \mu J$$

Commutation OFF



Phase 2 (sur 1 µs)

$$i_D(t) = 30(t-1)$$

$$v_D(t) = 100(t-2)$$

$$W_{OFF2} = \int_0^1 3000(t-1)(t-2)\,dt = 2500 \;\; \mu J$$

D'où la puissance dissipée lors d'une commutation OFF de la diode

$$P_{OFF}(D) = f\left(W_{OFF1} + W_{OFF2}\right) = 2,512 \;\; W$$

Exercice 2

Pertes en commutation dans la DIODE

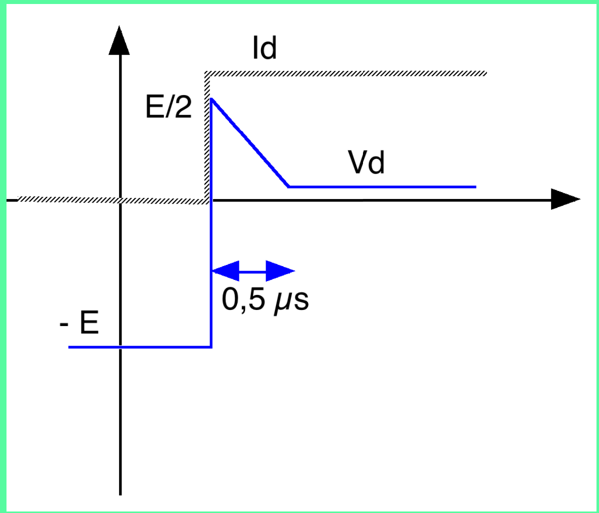
Rq : On utilise ici une variable temps en µs; les énergies trouvées seront donc en µJ

Commutation ON

$$i_D(t) = 30$$

$$v_D(t) = 50 - \frac{50-1{,}4}{0{,}5}t = 50 - 97{,}2\,t$$

$$W_{ON} = \int_0^{0,5} (1500 - 2916\,t)\,dt = 385{,}5\ \ \mu J$$



D'où la puissance dissipée lors d'une commutation ON de la diode : $P_{ON}(D) = f\,W_{ON} = 0{,}3855\ \ W$

Exercice 2

Pertes en commutation dans le TRANSISTOR

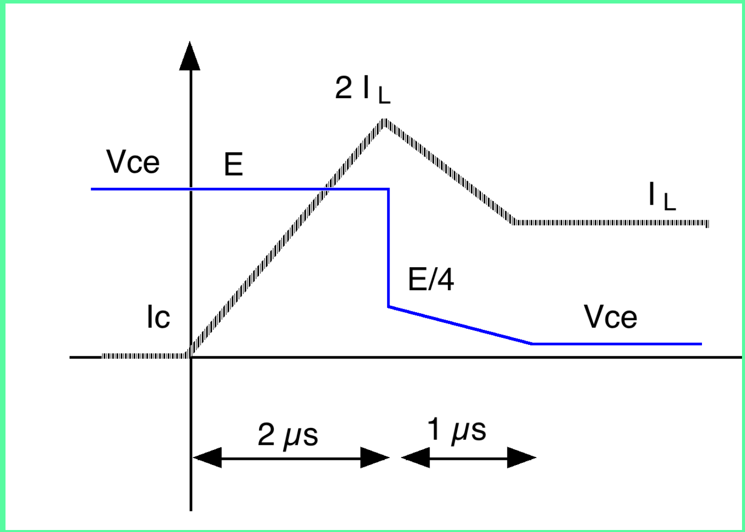
Rq : On utilise ici une variable temps en µs; les énergies trouvées seront donc en µJ

Phase 1 (sur 2 µs)

$$i_C(t) = 30\,t$$
$$v_{CE}(t) = 100$$

$$W_{ON1} = \int_0^2 3000\,t\,dt = 6000 \;\;\mu J$$

Commutation ON

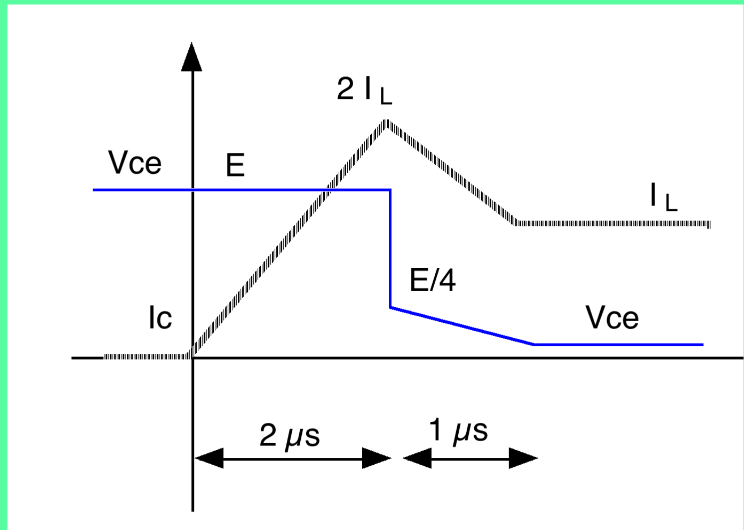


Exercice 2

Pertes en commutation dans le TRANSISTOR

Rq : On utilise ici une variable temps en µs; les énergies trouvées seront donc en µJ

Commutation ON



Phase 1 (sur 2 µs)

$$i_C(t) = 30\,t$$
$$v_{CE}(t) = 100$$

$$W_{ON1} = \int_0^2 3000\,t\,dt = 6000\ \ \mu J$$

Phase 2 (sur 1 µs)

$$i_C(t) = 30(2-t)$$
$$v_{CE}(t) = 25 - 23{,}2\,t$$

$$W_{ON2} = \int_0^1 30(2-t)(25-23{,}2\,t)\,dt = 661\ \ \mu J$$

D'où la puissance dissipée lors d'une commutation ON du transistor

$$P_{ON}(T) = f\left(W_{ON1} + W_{ON2}\right) = 6{,}661\ W$$

Exercice 2

Pertes en commutation dans le TRANSISTOR

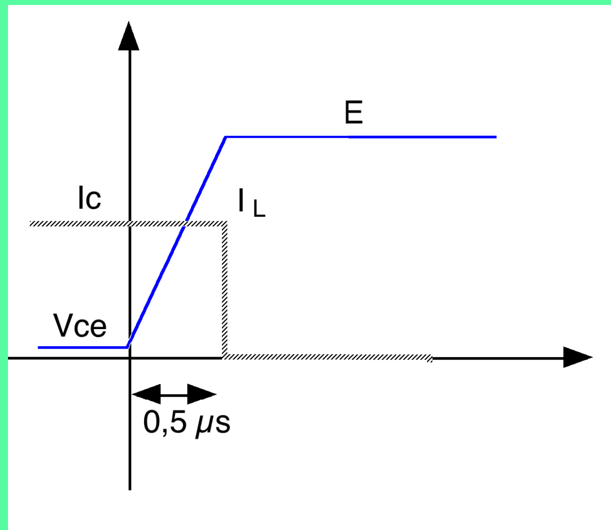
Rq : On utilise ici une variable temps en µs; les énergies trouvées seront donc en µJ

Commutation OFF

$$i_C(t) = 30$$

$$v_{CE}(t) = 1{,}8 + \frac{100 - 1{,}8}{0{,}5}t = 1{,}8 + 196{,}4\,t$$

$$W_{OFF} = \int_0^{0,5} 30\left(1{,}8 + 196{,}4\,t\right)dt = 763{,}5\ \ \mu J$$



D'où la puissance dissipée lors
d'une commutation OFF du transistor

$$P_{OFF}(T) = f\,W_{OFF} = 0{,}7635\ \ W$$

Exercice 2

Bilan des Pertes

Pertes (W)	Diode	Transistor	Totaux
Conduction	21	27	48
Commutations OFF	2,512	0,7635	3,2755
Commutations ON	0,3855	6,661	7,0465
Totaux	23,8975	34,4245	**58,322**

A 1000 Hz, négliger des pertes en commutations de **10,322 W** aurait représenté déjà une erreur de **25 %**. Si f = 10 kHz, on constate qu'il y a 2 fois plus de pertes en commutation qu'en conduction.